

5. Vorlesung

- Zusammenfassung: Grundzüge der starken Wechselwirkung

- 6. Die Protonmasse
 - Die Energiedichte des QCD-“Vakuums”
 - Hadron-Massen im statischen Quarkmodell
Literatur: Perkins, Introduction to High Energy Physics
 - Proton-Masse aus Summe der Partonen
 - Protonmasse: Fazit

Die laufenden Kopplungskonstanten

QED:

laufende e/m Kopplungskonstante:

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(Q_0^2)}{1 - \alpha/3\pi \ln(Q^2/Q_0^2)}$$

(siehe 3. Vorlesung)

$\alpha(0) \sim \alpha(2m_e)$ endlich

QCD:

laufende starke Kopplungskonstante:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{1 + \alpha_s (33 - 2N_F)/12\pi \ln(Q^2/Q_0^2)}$$

N_F = Zahl der Quark-Flavour

alternativ:

laufende starke Kopplungskonstante:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{(11 - 2/3 N_F) \ln(Q^2/\Lambda^2)}$$

$\Lambda \sim 300 \text{ MeV}$
= "Energieskala,
bei der $\alpha_s \rightarrow \infty$ "



The Nobel Prize in Physics 2004

"for the discovery of asymptotic freedom in the theory of the strong interaction"



David J. Gross
🏆 1/3 of the prize
USA

Kavli Institute for
Theoretical Physics,
University of
California
Santa Barbara, CA,
USA

b. 1941



H. David Politzer
🏆 1/3 of the prize
USA

California Institute
of Technology
(Caltech)
Pasadena, CA, USA

b. 1949



Frank Wilczek
🏆 1/3 of the prize
USA

Massachusetts
Institute of
Technology (MIT)
Cambridge, MA,
USA

b. 1951

Die laufende Quarkmasse

■ QED: Elektronmasse (nach Renormierung):

für $Q \ll 2m_e$: klassische Formeln gelten ($\Delta m =$ klassische Feldenergie $\sim 1/r$)

für $Q \gg 2m_e$: $m(Q) = m(0) (1 - \alpha/\pi - 3\alpha/4\pi \ln(Q^2/m(0)^2))$

renormierte Masse \nearrow Integral über "klassischen" Anteil \nearrow Vakuumfluktuationen (Ladungsverschm.) \nearrow

$m(0) = 0.511 \text{ MeV}, \alpha = 1/137$

■ QCD: Quarkmasse, z.B. u-Quark (nach Renormierung)

für $Q \approx \Lambda_{\text{QCD}}$: α_s divergiert \rightarrow klassische Feldenergie divergiert

\rightarrow kein klassischer Grenzfall! (freie Quarks existieren nicht)

effektive Masse $m_u \sim 350 \text{ MeV} \sim \Lambda_{\text{QCD}}$

für $Q \gg m_u, \Lambda_{\text{QCD}}$: $m(Q) = m(Q_0) (1 - \alpha_s/\pi \ln(Q^2/Q_0^2))$

wie QED, nur mit zusätzlichem Faktor $C_F=4/3$

z.B. $Q \approx 2 \text{ GeV}$: $m_u \approx 2 \text{ MeV}, \alpha_s \approx 0.3$

Das Proton: Einleitung

- Im Gegensatz zum Elektron: Proton ist **zusammengesetztes** Teilchen
-> **Proton-Masse = Summe der Energien der Konstituenten und/oder Felder im Proton, prinzipiell berechenbar!**
(analog zu Aufgabe 1 und 2)
- Atome, Moleküle, Kerne, ... : Masse ist im wesentlichen = Summe der Massen der Konstituenten, mit kleinen Korrekturen aufgrund der Bindungsenergie/Felder (siehe z.B. Aufgabe 3)
- **Proton: Neu: Masse wird dominiert von Feld/Bindungseffekten.**
Viele verschiedene Darstellungsmöglichkeiten (Näherungen):
 - NUR Feldenergie oder
 - NUR effektive Quarkmassen oder
 - Kombination von "nackten" Quarkmassen + Bewegungsenergie + Gluon-Felder (dynamische Energie der Gluonen)

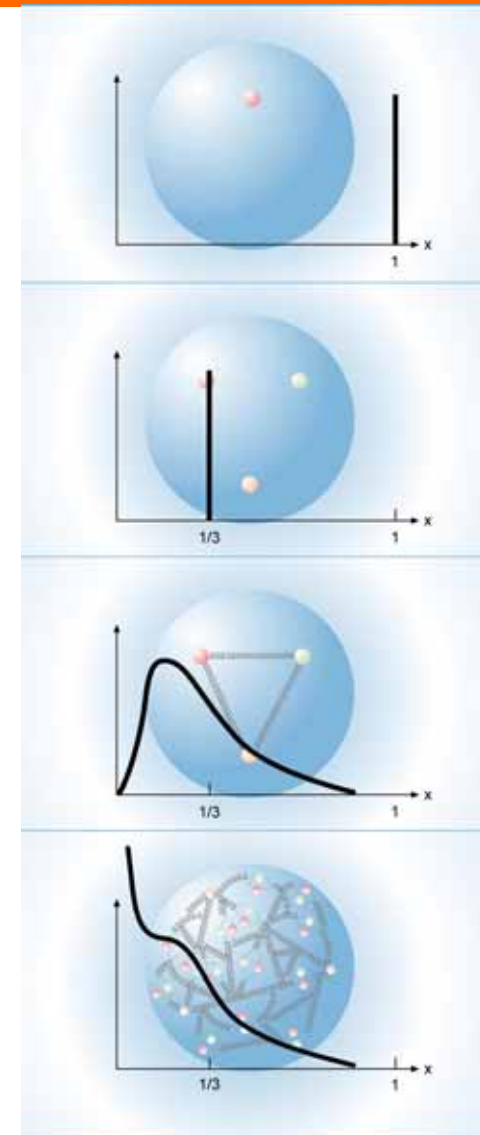
Warum ist die Proton-Masse wichtig?

- 99% der Masse, aus der wir und unsere unmittelbare Umgebung bestehen, steckt in den Massen der Protonen und Neutronen der Atomkerne ($\sim 1\%$ Elektronmasse + Kern-Bindungsenergie).
- Protonen und Neutronen bestehen aus Quarks und Gluonen. Ihre Dynamik wird von der QCD beschrieben, $m_p \approx m_n$
Besonderheit: Laufende Kopplungskonstante α_s liefert charakteristische Energieskala Λ_{QCD}
- Asymptotische Freiheit \rightarrow Effekte bei kleinen Abständen tragen wenig zur Proton-Masse bei.
- Confinement ("große" Abstände) \Rightarrow Die Proton-Masse wird dominiert von Effekten bei der Skala $\sim \Lambda_{\text{QCD}}$ (~ 1 fm).

Proton-Struktur und Proton-Masse

■ Strategien:

1. Das ganze Proton: $\text{Masse} = \text{Energiedichte} \times \text{Volumen}$? (semi-klassisch, Übungsaufgabe)
2. Statische Valenzquarks:
 $\text{Protonmasse} = \text{Summe der "effektiven" Valenzquarkmassen}$? (Übungsaufgabe)
3. Dynamische Valenzquarks:
Berücksichtigung von "effektiven" Quark-Quark-Wechselwirkungen
4. Vollständige Quantenchromodynamik:
Berechnung der Proton-Masse aus Dynamik der (See-)Quarks und Gluonen
-> brauche Verständnis der Protonstruktur!



Das Proton als gleichförmige Kugel

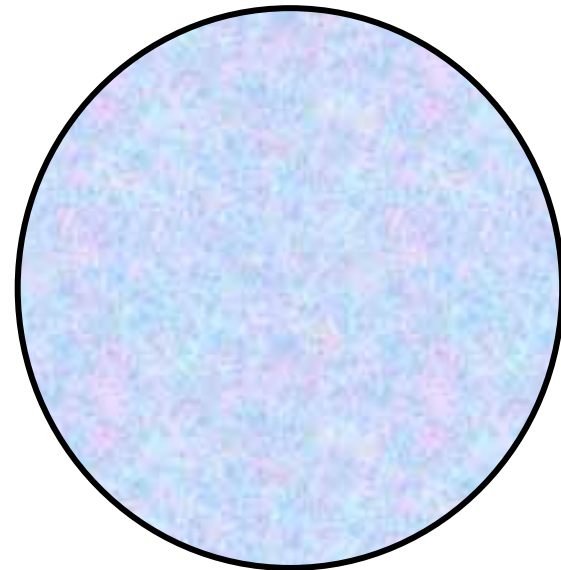
sehr grobe Näherung!

■ Radius $r \sim 0.8 \text{ fm}$ (aus Streumessungen)

■ Energiedichte $\sim \Lambda^4$ $\Lambda \sim 250 \text{ MeV}$

("Quark-Gluon-Suppe")

$$m_p \sim \frac{4}{3} \pi r^3 \Lambda^4 \sim 1 \text{ GeV}$$



Das Proton als statisches 3-Quark-Objekt

sehr grobe Näherung!

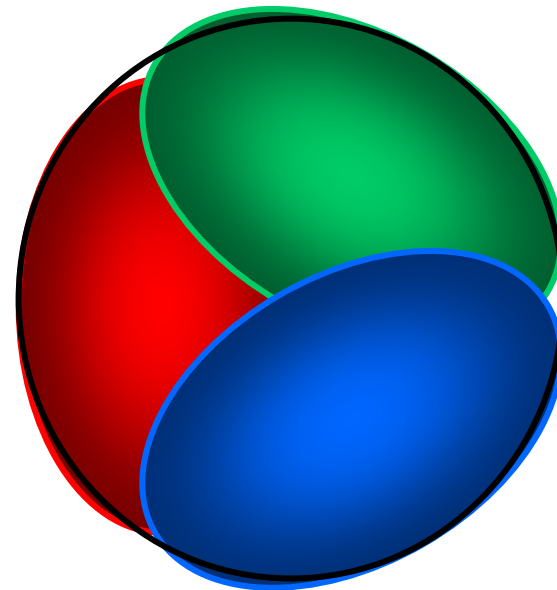
■ ρ : $q\bar{q}$, $m_\rho = 776 \text{ MeV} \Rightarrow m_q \sim 388 \text{ MeV}$

■ p : $qqq \Rightarrow m_p \sim 3 \cdot 388 \text{ MeV} \sim 1 \text{ GeV}$

("Quark-Gluon-Suppe",

verteilt auf

3 quarks)



Das Proton als 3-Quark-Objekt mit Spin

- Effektive Quarkmasse (wie vorher),
aber Berücksichtigung von Spin-Spin-
Wechselwirkungen
("Hyperfeinstruktur")

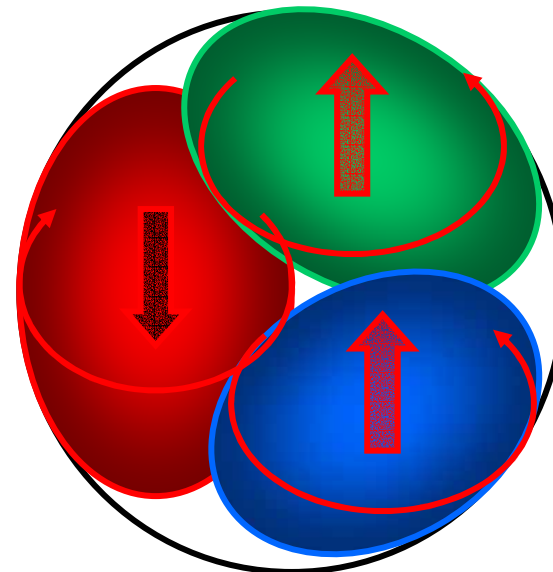
$$m_p = 2m_u + m_d + \Delta E$$

Farb-Dipolmoment (e=Farbladung)

$$\mu_i = \frac{e_i}{2m_i} \sigma_i$$

analog zu Bohrschem Magneton,
liefert Beitrag

$$\Delta E = \frac{2\pi}{3} \frac{e_i e_j}{m_i m_j} |\psi(0)|^2 \sigma_i \cdot \sigma_j,$$



Baryon-Oktett und Proton-Wellenfunktion

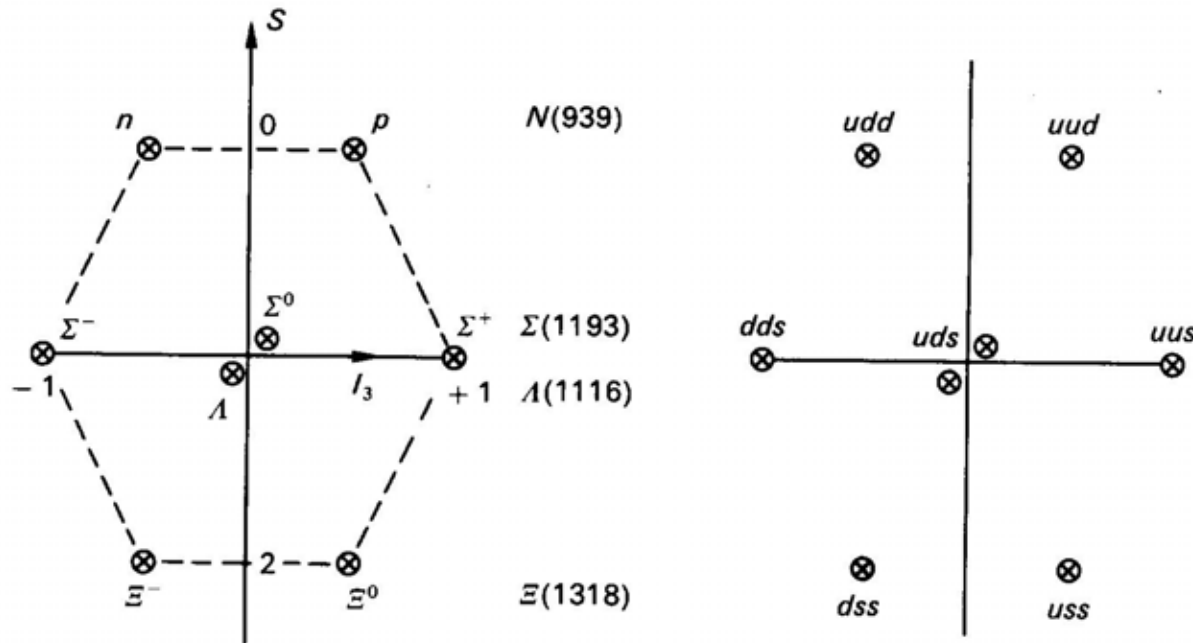


Fig. 5.4 The baryon octet of spin-parity $\frac{1}{2}^+$. The observed states are given on the left, and quark flavor assignments on the right.

Proton-Wellenfunktion
(aus Symmetrieargumenten):

$$\phi(P, J_z = +\frac{1}{2}) = \frac{1}{\sqrt{18}} [2u\uparrow u\uparrow d\downarrow + 2d\downarrow u\uparrow u\uparrow + 2u\uparrow d\downarrow u\uparrow - u\downarrow d\uparrow u\uparrow - u\uparrow u\downarrow d\uparrow - u\downarrow u\uparrow d\uparrow - d\uparrow u\downarrow u\uparrow - u\uparrow d\uparrow u\downarrow - d\uparrow u\uparrow u\downarrow].$$

jedes qq-Paar liefert Beitrag ΔE zur Hyperfeinstruktur

Berechnung der Spin-Spin-Kopplungen

$$\Delta E(Q\bar{Q}) = \frac{8\pi\alpha_s}{9m_i m_j} |\psi(0)|^2 \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j,$$

$$\Delta E(QQ) = \frac{4\pi\alpha_s}{9m_i m_j} |\psi(0)|^2 \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j,$$

QQ - Kopplung schwächer
als $Q\bar{Q}$ -Kopplung
(siehe Farbkreis)

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j &= 4\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j = 2[S(S+1) - s_i(s_i+1) - s_j(s_j+1)] \\ &= \begin{cases} +1 & \text{for } S=1, \\ -3 & \text{for } S=0. \end{cases} \end{aligned}$$

$$K = 4\pi\alpha_s |\psi(0)|^2 / 9.$$

$$\Rightarrow \text{mit } \mathbf{S} = \mathbf{s}_i + \mathbf{s}_j + \mathbf{s}_k,$$

$$\begin{aligned} \sum \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j &= 4 \sum \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j = 2[S(S+1) - 3s(s+1)] \\ &= \begin{cases} +3 & \text{for } S = \frac{3}{2}, \\ -3 & \text{for } S = \frac{1}{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

$$(\Delta E)_\Delta = + \frac{3}{m_u^2} K,$$

($\hat{u}\hat{u}\hat{u}$)

$$(\Delta E)_N = - \frac{3}{m_u^2} K,$$

Wellenfunktion
vorige Seite

Resultat des Fits aller Baryonen

$$m_n (= m_u = m_d) = 363 \text{ MeV},$$

$$m_s = 538 \text{ MeV},$$

$$K/m_n^2 = 50 \text{ MeV}.$$

alle Baryonmassen gut beschrieben
(~1%) mit nur 3 Parametern

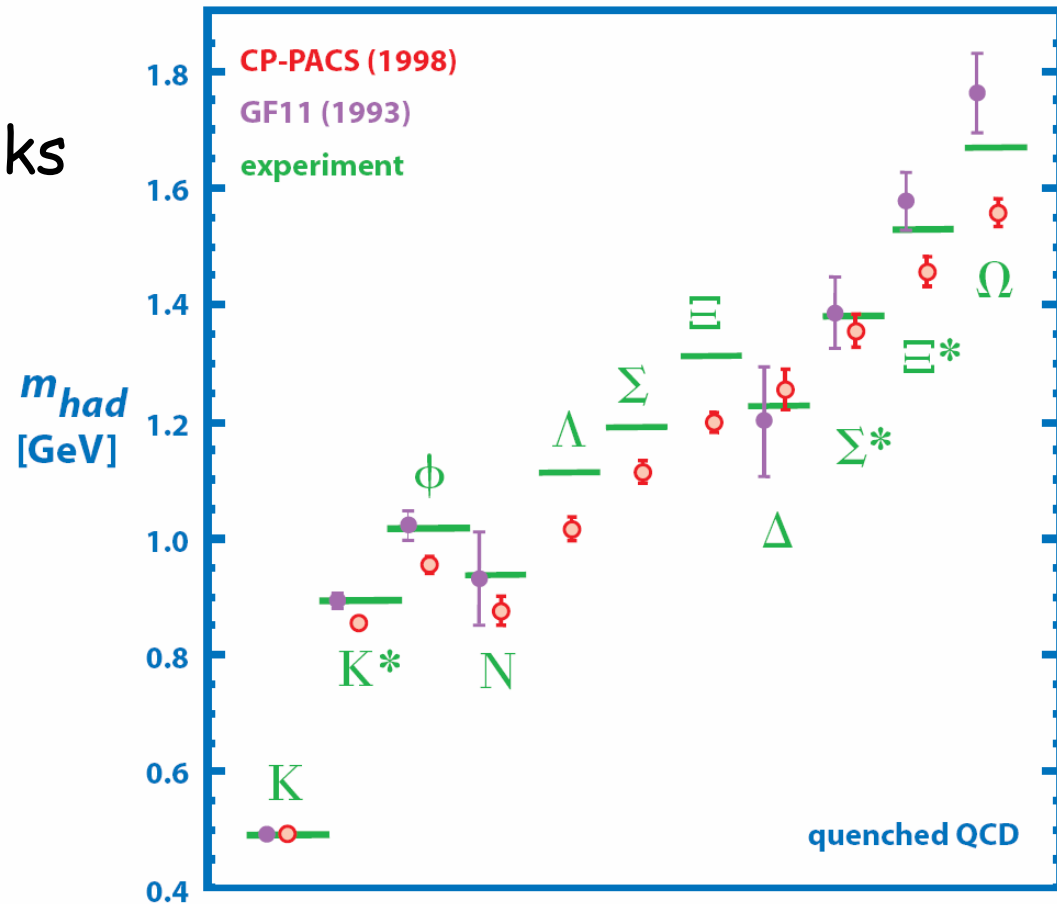
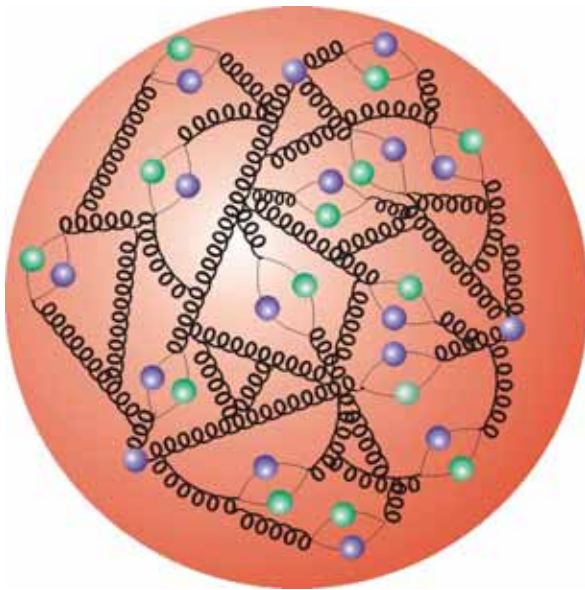
TABLE 5.4 Masses of baryons predicted from hyperfine-splitting effects (from Rosner 1980)

Baryon and mass (MeV)	Quark composition (n denotes u or d)	$\Delta E/K$	Predicted mass, MeV
$N(939)$	$3n$	$-3/m_n^2$	939
$\Lambda(1116)$	$2n, 1s$	$-3/m_n^2$	1114
$\Sigma(1193)$	$2n, 1s$	$1/m_n^2 - 4/(m_n m_s)$	1179
$\Xi(1318)$	$1n, 2s$	$1/m_s^2 - 4/(m_n m_s)$	1327
$\Delta(1232)$	$3n$	$3/m_n^2$	1239
$\Sigma(1384)$	$2n, 1s$	$1/m_n^2 + 2/(m_n m_s)$	1381
$\Xi(1533)$	$1n, 2s$	$1/m_s^2 + 2/(m_n m_s)$	1529
$\Omega(1672)$	$3s$	$3/m_s^2$	1682

Das Proton: Quarks und Gluonen

Gitter-Eich-Theorie:

- masselose Gluonen
- (fast) masselose Quarks
- sonst (fast) nichts



© Center for Computational Physics, University of Tsukuba

Fazit zur Proton-Masse:

- 99% der Masse, aus der wir und unsere unmittelbare Umgebung bestehen, steckt in den Massen der Protonen und Neutronen der Atomkerne ($\sim 1\%$ Elektronmasse + Kern-Bindungsenergie).
- $\sim 90\%$ der Protonmasse ergibt sich aus der Bewegungsenergie (Feldenergie) der (fast) masselosen Quarks und masselosen Gluonen.
=> dynamische Massengenerierung.
Rest stammt aus Einfluss der (renormierten) Quark-Massen und QED-Beitraegen.
- Im Gegensatz zu den Quark- und Lepton-Massen ist die Protonmasse berechenbar! (aus gemessenen Werten von α_s oder Λ_{QCD}). Derzeitige Genauigkeit: $\sim 10\%$ (Gittereichtheorie)