Experimentelle Physik I
WS 16/17

Veranstaltung 4010011
https://campus.studium.kit.edu/event/H7Ke2neVDU6OCIWVculqYw

PD Dr. Andreas B. Meyer (KIT und DESY)

1.2 Messungen und Unsicherheiten

Karlsruher Institut für Technologie

25. Oktober 2016

Organisation

- **Webseiten:**
  - Webseite zu Vorlesung und Übungen: http://ekpwww.physik.uni-karlsruhe.de/~rwolf/teaching/ws16-17-mechanik.html
  - Außerdem: http://ekpwww.physik.uni-karlsruhe.de/~ameyer

- **Übungen:**
  - Anmeldung: http://www.physik.kit.edu/Tutorium/WS1617/Physik1/
  - Einteilung der Übungsgruppen ist erfolgt → Email und Webseite
    - Mittwoch 8:00 - 9:30 (5 Gruppen)
    - Mittwoch 9:45 - 11:15 (8 Gruppen)
    - Mittwoch 11:30 - 13:00 (7 Gruppen)
  - **1. Termin: diese Woche Mittwoch: 26.10.2016**
  - **Aufgabenblatt 1: Ausgabe heute → Email und Webseite**

- **Vorlesung: 18. Oktober 2016 - 9. Februar 2017**
  - Dienstags 9:45 - 11:15 (nicht am 1.11.)
  - Donnerstags 9:45 - 11:15

- **Klausur: 13.02.2017 15:30-17:00 Gerthsen Hörsaal und Hörsaal Neue Chemie**

1.2.2. Statistische und Systematische Fehler

„Fehler" ⇔ Genauigkeitsabschätzungen ⇔ Unsicherheiten

a) systematischer Fehler

Verfälschung der Messung durch (prinzipiell) feststellbare Ursache im Meßprozess.

⇒ Verzerrung der Messung

Beispiele

- Drehspulinstrument (Eichung, Kalibration) ⇝ vergl. mit Standard
- Zollstock
- Tankuhr $\sim 0{,}01\,\ell$ ⇝ signif. Stellen (?)

⇒ Wiederholte Messungen sind (meist) <u>korreliert</u>.

⇒ keine allgemeine Methode zur Quantifizierung

b) statistischer Fehler

„klassisch"

Verfälschung der Messung durch <u>praktisch</u> oder <u>grundsätzlich</u> nicht feststellbare Ursache

z.B. Q.M.

⇒ Varianz (Streuung um Mittelwert)

Beispiele

- Glücksspiel
- Würfel
- Quantenfluktuationen

⇒ Wiederholte Messungen sind unabhängig von einander (unkorreliert)

⇒ Wahrscheinlichkeitsverteilungen (theoretisch gut verstanden)

⇒ Versuch : Galton-Brett

Interpretation:

Simulation eines Meßgeräts mit Rauschen

⇒ Störungen führen zu endlicher Auflösung

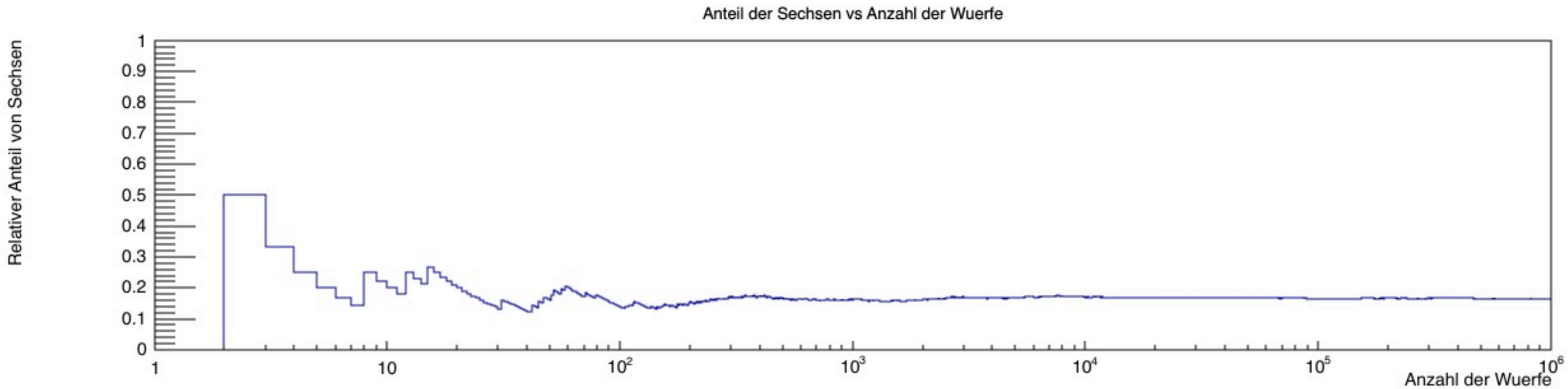
⇒ Versuch : Simulation-Würfel

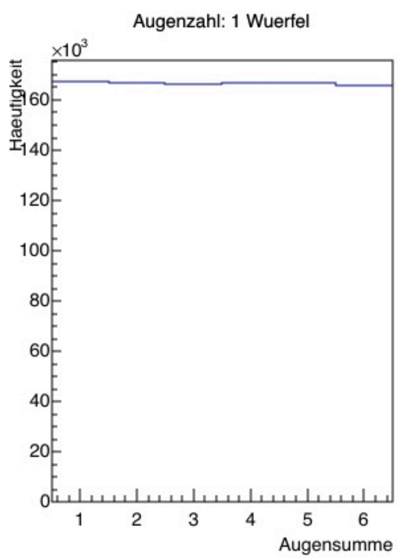
Beobachtung:

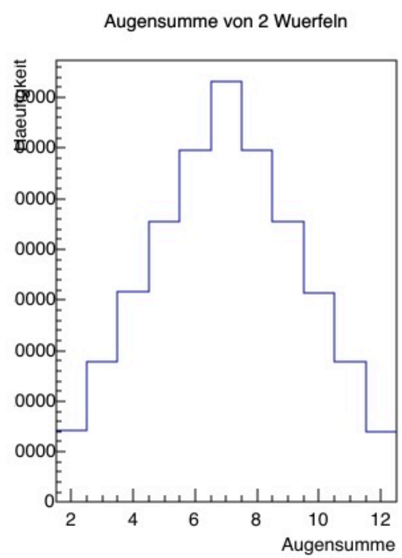
- Annäherung für $n \to \infty$: Anteil der 6 $\to$ $1/6$
- Die Summe der Augen für viele Würfel :

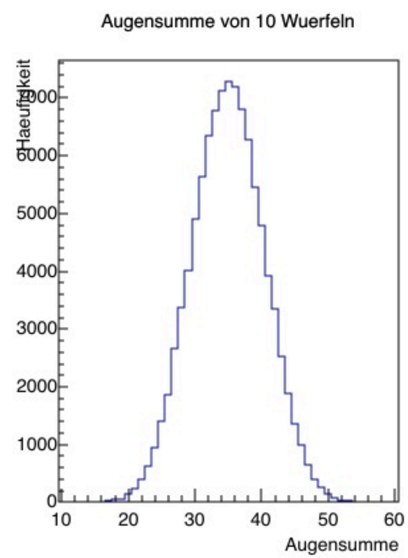
$\to$ Gauß-Verteilung

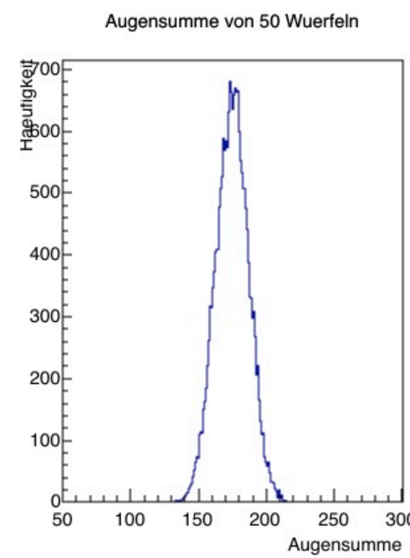
Würfel Simulation











Definitionen:

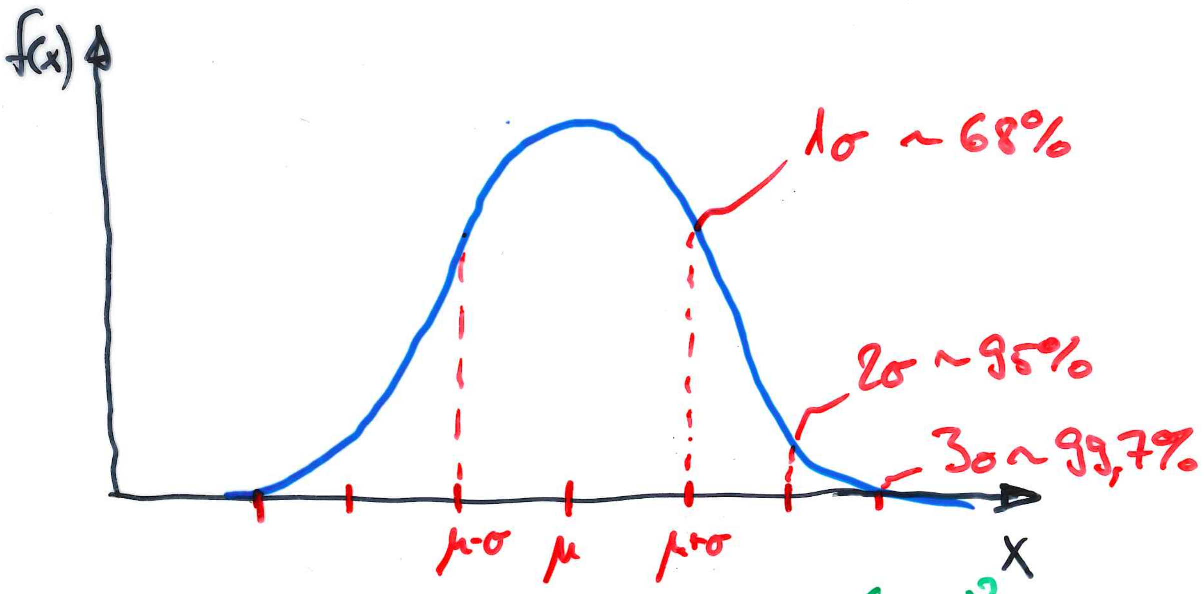
- Mittelwert $\langle x\rangle \equiv \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$
- Standardabweichung $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(\langle x\rangle - x_i\right)^2}$
- Fehler am Mittelwert $\delta x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$

Für $n \to \infty$; $\langle x\rangle \to x$

doppelte Präzision → 4x mehr Messen

1.2.3 Die Gaußsche Normalverteilung

„Zentraler Grenzwertsatz": Die Summe von n beliebigen Zufallszahlen strebt eine Gaußverteilung an.



$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \cdot e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

1.2.4 Fehlerfortpflanzung

Mathematischer Einschub (Gränzmann S. 121-126)

A) Partielle Ableitung

$$f = f(x_1, x_2, \dots x_i, \dots x_n)$$

Betrachte Veränderung mit x_i für $x_{\neq i} = \text{const}$

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} := \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{f(x_1 \dots x_i + \Delta x_i \dots x_n) - f(x_1 \dots x_n)}{\Delta x_i}$$

Beispiel: $v(x,t) = \frac{x}{t}$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{t} \quad ; \quad \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{x}{t^2}$$

B) Kettenregel

$f = f(x(t))$ $\qquad \frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}$

$f(x(t), y(t), \dots)$ $\qquad \frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \dots$

c) Fehlerfortpflanzung

Zwei (fehlerbehaftete) Komponenten (x und y)

$$f(x,y) \rightarrow \sigma_f = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(f_i - \bar{f})}$$

Taylorentwicklung:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x-x_0) + \frac{1}{2}f''(x_0)\cdot(x-x_0)^2 + \ldots$$

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \cdot \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \cdot \sigma_y^2}$$

Allgemein: für n Unsicherheiten aus **unkorrelierten** Quellen

$$\boxed{\sigma_G = \sqrt{\sum_{i}^{n}\left(\frac{\partial G}{\partial x_i}\right)^2 \cdot \sigma_{x_i}^2}} \quad \text{mit } G = G(x_1 \ldots x_i \ldots x_n)$$

Beispiel:

$$v = \frac{x}{t}$$

$$\sigma_v = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 \sigma_t^2}$$

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{1}{t^2}\sigma_x^2 + \frac{x^2}{t^4}\cdot\sigma_t^2}$$

$x = 100\ \text{m}$ $\qquad$ $\sigma_x = 10\ \text{cm}$

$t = 15\ \text{s}$ $\qquad$ $\sigma_t = 0{,}5\ \text{s}$

$v = 6{,}7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $\qquad$ $\sigma_v = 0{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Wahl der signifikanten Stellen anhand der Kenntnis der Unsicherheiten

Zusammenfassung

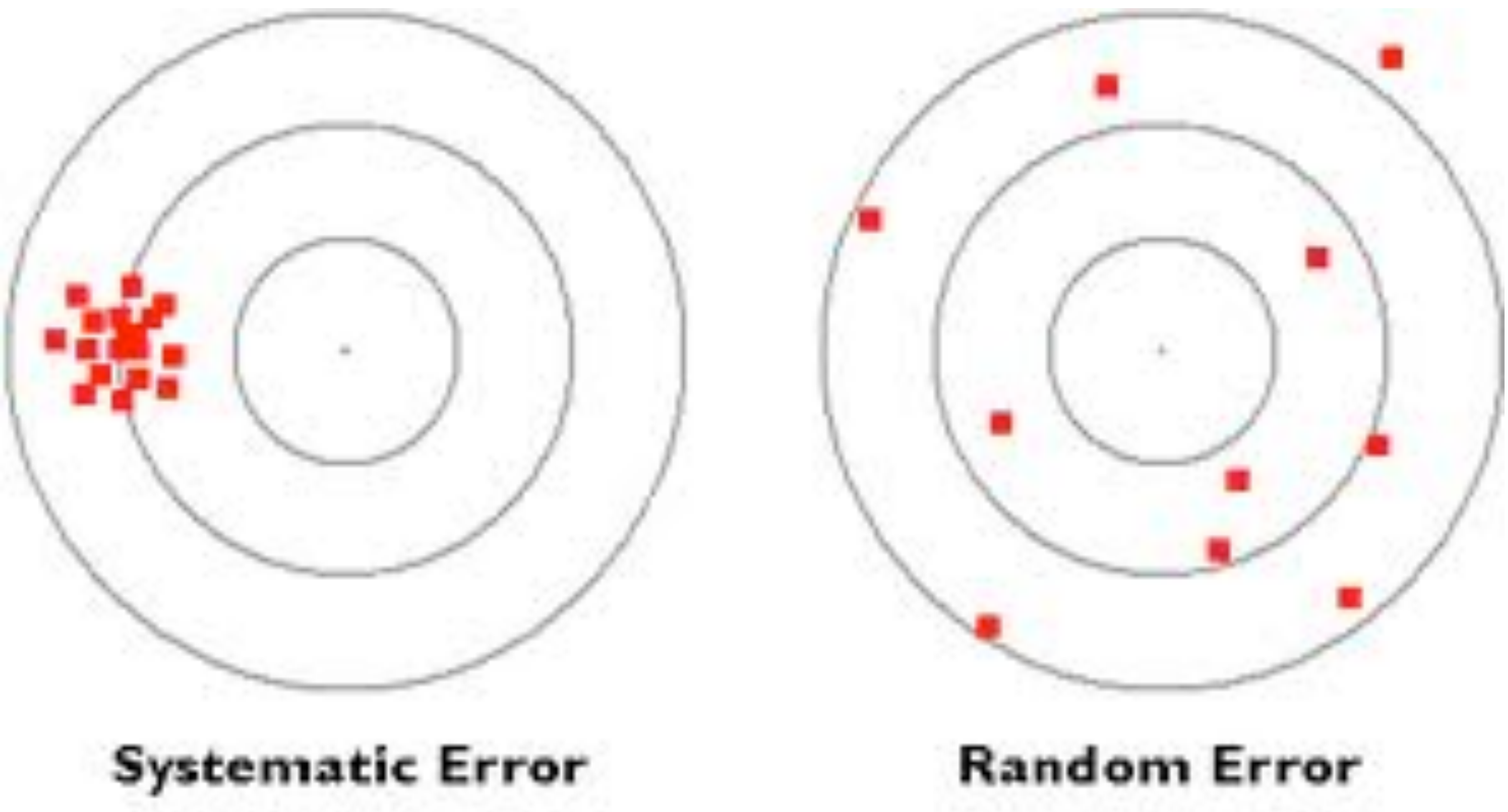
→ Unsicherheiten: Integraler Bestandteil von Messungen

→ statistische u. systematische Unsicherheiten

→ Fehlerfortpflanzung

→ Gaußverteilung

Illustration: Systematische und Statistische Unsicherheit

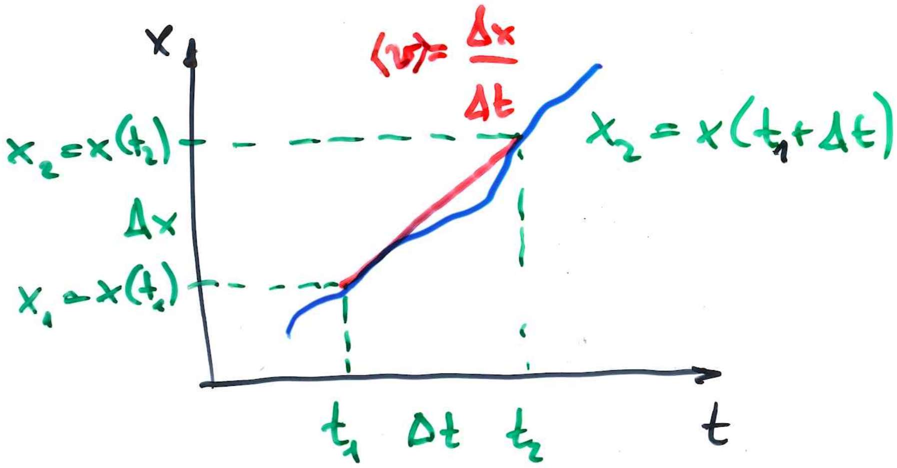


2. Klassische Mechanik

2.1. Mechanik von Massenpunkten

2.1.1 Bewegung in 1D

a) Generell



Geschwindigkeit: $\frac{m}{s}$

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Umgekehrt:

$$x_2 = x_1 + \int_{t_1}^{t_2} v(t)\, dt$$

Beschleunigung: $\frac{m}{s^2}$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$