Experimentelle Physik I
WS 16/17

Veranstaltung 4010011
https://campus.studium.kit.edu/event/H7Ke2neVDU6OCIWVculqYw

PD Dr. Andreas B. Meyer (KIT und DESY)

4. Vorlesung: 2.1 Mechanik von Massepunkten

Karlsruher Institut für Technologie

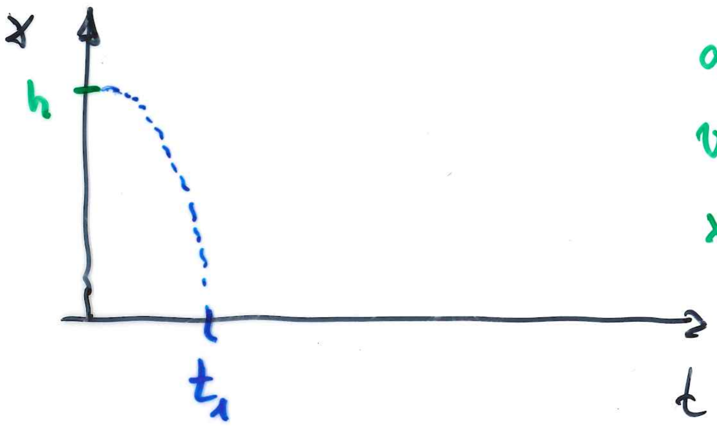
27. Oktober 2016

b) Spezialfall : Konstante Beschleunigung

$$a(t) = a_0 = \text{const}$$

$$v(t) = a_0 \cdot t + v_0$$

$$x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0$$



$$a_0 = -g$$

$$v(t) = -g \cdot t$$

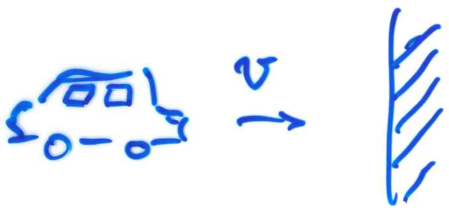
$$x(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + h$$

- Fallzeit $\quad x(t_1) = 0 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

- Bestimmung von g aus t und h $\Rightarrow \quad g = \frac{2h}{t_1^2}$

Beispiel:

- Auto in der Stadt :



$$v = 50 \, \text{km/h}$$

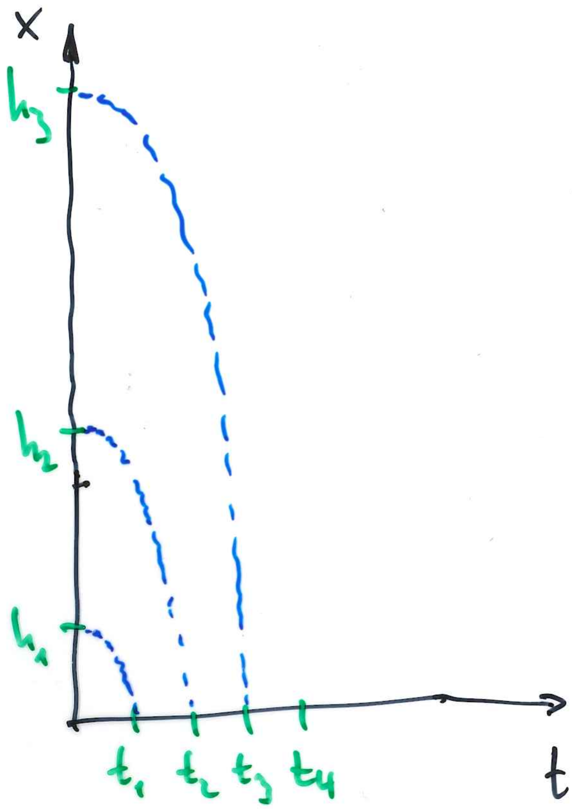
$$= 13{,}9 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Einsetzen: $t = \frac{v}{g}$ in $h = \frac{1}{2} g \frac{v^2}{g^2} = \frac{v^2}{2g}$

$$g = 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow h = 9{,}8 \text{ m}$$

Fall aus 9,8 m : $v = 50 \, \text{km/h}$

⇒ Versuch Fallschnüre



$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

Gleiche Zeitabstände:

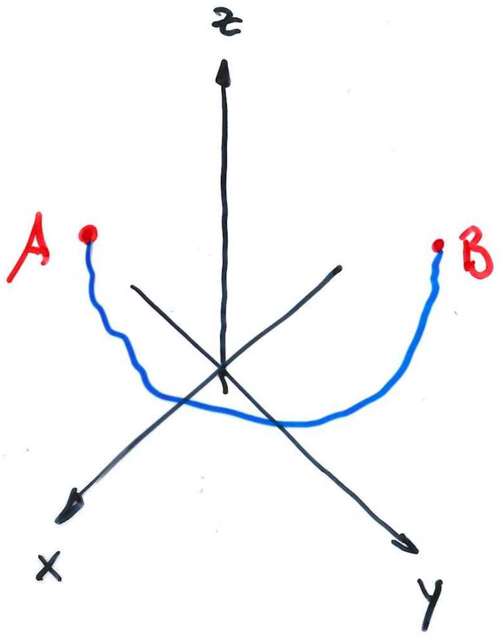
$t_2 = 2t_1$ $\quad h_2 = 4h_1$

$t_3 = 3t_1$ $\quad h_3 = 9h_1$

$t_4 = 4t_1$ $\quad h_4 = 16h_1$

Höhe ist proportional zum Quadrat der Zeit

2.1.2 Bewegung in mehreren Dimensionen



$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = x(t)\vec{e}_x + y(t)\vec{e}_y + z(t)\cdot\vec{e}_z$$

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \\ v_z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{pmatrix} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Beispiele

① $\vec{r}(t) = -\frac{1}{2}gt^2\vec{e}_z + h\vec{e}_z$ $\qquad t_f = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ Freier Fall

② Horizontalkomponente v_0:

$$\vec{r}(t) = -\frac{1}{2}gt^2\vec{e}_z + h\vec{e}_z + v_0 \cdot t\,\vec{e}_y$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ v_0 \cdot t \\ -\frac{1}{2}gt^2 + h \end{pmatrix}$$

da $h = \frac{1}{2}gt_f^2$

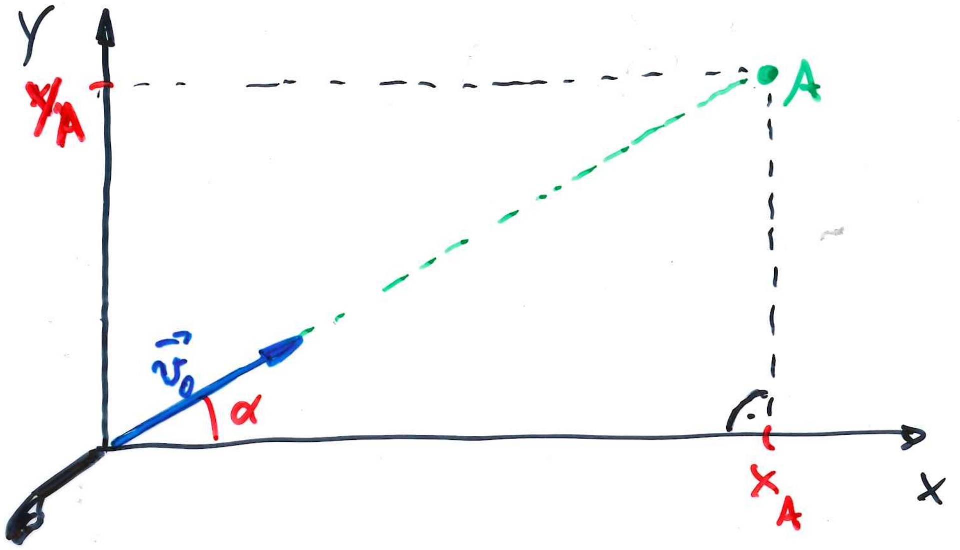
Zur Zeit t_f ist $\vec{r}(t_f) = v_0 \cdot t_f \cdot \vec{e}_y + 0\,\vec{e}_z$

$$\rightsquigarrow \quad y(t_f) = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

⇒ Versuch: Wurfmaschine

Unabhängigkeit der Komponente

Beispiel: Affe vom Baum ⇒ Versuch



- Bahn des Affen: $\vec{r}_A(t) = r_A(t_0) - \frac{1}{2} g t^2 \vec{e}_y$
- Bahn der Kugel: $\vec{r}_K(t) = \vec{v}_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \vec{e}_y$

Kugel trifft Affe, wenn $\vec{r}_A(t_1) = \vec{r}_K(t_1)$

$$\begin{pmatrix} v_{0x} \cdot t_1 \\ v_{0y} \cdot t_1 - \frac{g}{2} t_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A - \frac{g}{2} t_1^2 \end{pmatrix}$$

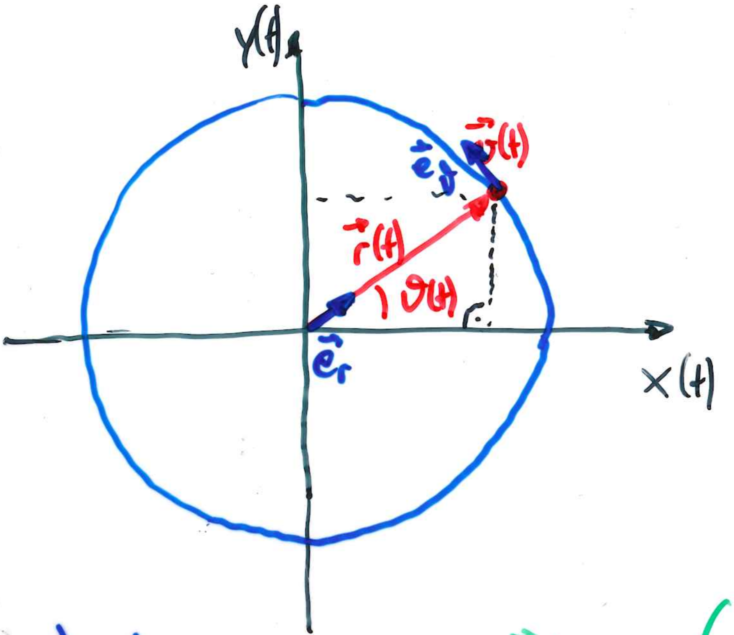
$$x_A = v_{0x} \cdot t_1$$

$$y_A = v_{0y} \cdot t_1$$

$$\boxed{\frac{y_A}{x_A} = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \tan\alpha}$$

⇒ Kugel trifft Affe, weil Affe sich fallen läßt. <u>und</u> Jäger nicht vorhält

2.1.3 Kreisbewegung



a) **Allgemein**

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = r(t) \begin{pmatrix} \cos\vartheta(t) \\ \sin\vartheta(t) \end{pmatrix}$$

b) **Für r = const:**

$$v(t) = r \begin{pmatrix} -\sin\vartheta(t) \\ \cos\vartheta(t) \end{pmatrix} \cdot \frac{d\vartheta(t)}{dt}$$

$$a(t) = r \frac{d^2\vartheta(t)}{dt^2} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} -\sin\vartheta(t) \\ \cos\vartheta(t) \end{pmatrix}}_{\vec{e}_\vartheta} + r \left(\frac{d\vartheta(t)}{dt}\right)^2 \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} -\cos\vartheta(t) \\ -\sin\vartheta(t) \end{pmatrix}}_{-\vec{e}_r}$$

Produktregel: $\frac{d}{dx}(f \cdot g) = \frac{df}{dx} \cdot g + f \cdot \frac{dg}{dx}$

$$a(t) = \underbrace{r \frac{d^2\vartheta}{dt^2} \cdot \vec{e}_\vartheta(t)}_{\text{Tangentialbeschleunigung}} - \underbrace{r \left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2 \cdot \vec{e}_r(t)}_{\text{Zentripetalbeschleunigung}}$$

c) Konstante Kreisbewegung

$$|\vec{v}(t)| = v = \text{const}$$

$$v = r \cdot \frac{d\vartheta}{dt}$$

Winkelgeschwindigkeit [rad/s]

auch: Kreisfrequenz

$$\boxed{\omega := \frac{v}{r} = \frac{d\vartheta}{dt}}$$

$$\vartheta(t) = \omega \cdot t + \vartheta_0$$

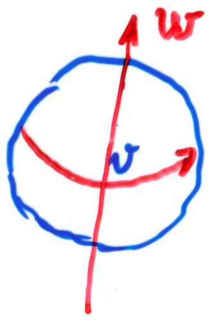
$$v = \frac{2\pi r}{T} = \omega \cdot r \qquad T: \text{Umlaufzeit}$$

$$\vec{r}(t) = r \cdot \begin{pmatrix} \cos(\omega t + \varphi_0) \\ \sin(\omega t + \varphi_0) \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}(t) = r \cdot \omega \cdot \begin{pmatrix} -\sin(\omega t + \varphi_0) \\ \cos(\omega t + \varphi_0) \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}(t) = r \cdot \omega^2 \begin{pmatrix} -\cos(\omega t + \varphi_0) \\ -\sin(\omega t + \varphi_0) \end{pmatrix} = \underbrace{-\omega^2 \vec{r}(t)}_{\text{Zentripetalbeschleunigung}}$$

Beispiel: Erddrehung



$r = 6380$ km

$T = 1$ d

$v = \dfrac{2\pi r}{T} = 464 \,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

$a = \dfrac{v^2}{r} = 0{,}034 \,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Gewichtsabnahme am Äquator: $\approx 0{,}0035 \cdot g$