Experimentelle Physik I

WS 16/17

Veranstaltung 4010011
https://campus.studium.kit.edu/event/H7Ke2neVDU6OCIWVcuIqYw

PD Dr. Andreas B. Meyer (KIT und DESY)

6. Vorlesung: 2.2 Grundgleichungen der Mechanik (2)

Karlsruher Institut für Technologie

8. November 2016

8.11.2016

Zusammenfassung

2.2. Grundgleichungen der Mechanik : Kraft

2.2.1 Die Newtonschen Axiome

N_1 : Trägheitsgesetz $\quad \sum \vec{F}_i = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0$

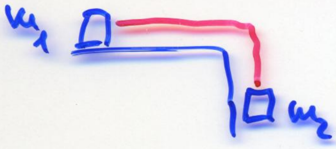
N_2 : Bewegungsgleichung $\quad \vec{F}_i = \frac{d}{dt}(m \cdot \vec{v})$

$+ N_3, N_4$ (vergl. N_1)

2.2.2. Konstante Kräfte ohne Reibung

"$m_T = m_G$" $\hat{=}$ Äquivalenzprinzip

→ Luftkissenbahn :



$$a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$$

$m_1 = 240\,g$; $m_2 = 3\,g$

$m_1 = 240\,g$; $m_2 = 6\,g$

$m_1 = 480\,g$; $m_2 = 6\,g$

beachte: $m_1 \gg m_2$
$\Rightarrow a \propto m_2$

→ Kräfte im Fahrstuhl :

"Scheinkräfte"

2.2.3 Zeitabhängige Kräfte : Harmonischer Oszillator

Bisher:

- Gravitation
- Zugkräfte
- Normalkräfte

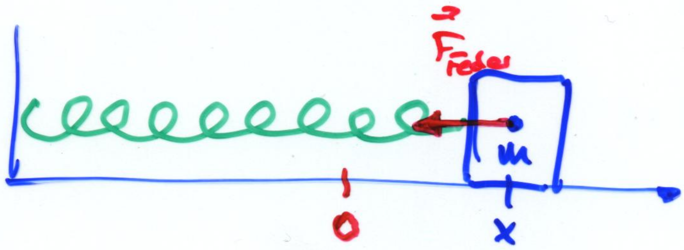
} zeitl. u. räuml. Konstant

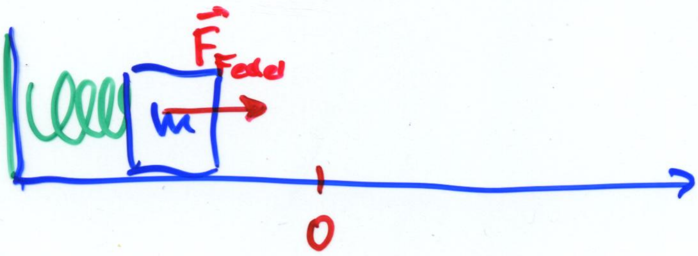
$$\frac{\vec{F}}{m} = \vec{a} = \text{Konst}$$

Bewegungsgleichung: $\vec{r}(t) = \frac{\vec{a}}{2} \cdot t^2 + \vec{v}_0 \cdot t + \vec{r}_0$

Jetzt:

- Federkraft



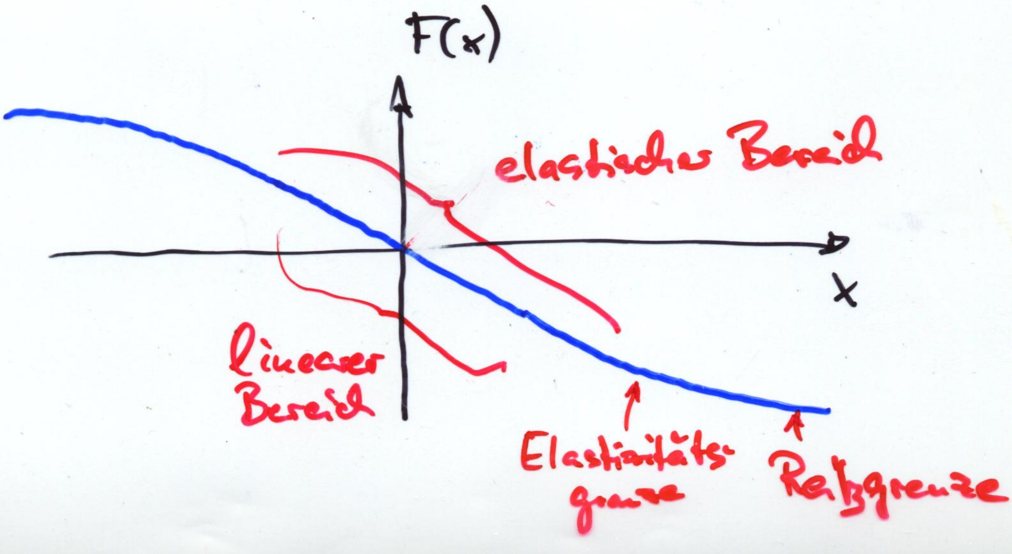


Hookesches Gesetz

$$\boxed{\vec{F} = - K \; \vec{x}}$$

rücktreibend   proportional

K: Federkonstante



$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-k\vec{x}}{m}$$

Bewegungsglg.: $\vec{a}(t) = \boxed{\frac{d^2\vec{x}(t)}{dt^2} = -\frac{k}{m}\cdot\vec{x}(t)}$

homog. DGL. 2. Ordnung

Ansatz: $x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -x_0\,\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$-x_0\omega^2\cos(\omega t+\varphi_0) - \left(-\frac{k}{m}\right)\cdot x_0\cdot\cos(\omega t + \varphi_0) = 0$$

Gilt für alle t, wenn: $\omega^2 = \frac{k}{m}$

Ergebnis: $\boxed{x(t) = x_0 \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\cdot t + \varphi_0\right)}$

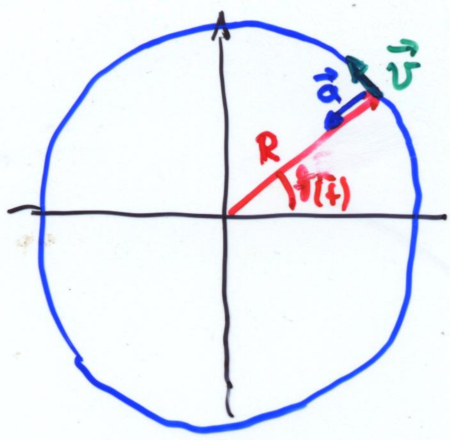
Randbedingungen

→ Versuch: Hookesches Gesetz

a) Proportionalität von F und x

b) Abhängigkeit: $\omega = \omega\left(\frac{k}{m}\right)$

2.2.4. Rotationsdynamik



• Zentripetalbeschleunigung

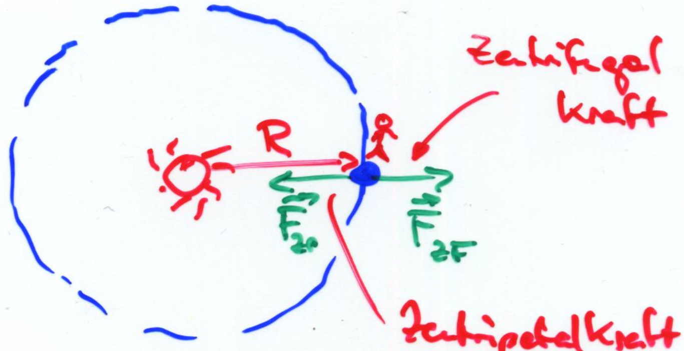
$$a = \frac{v^2}{R} = -\omega^2 \cdot R$$

entgegengesetzt gerichtet

$$\vec a(t) = \frac{d^2\vec r(t)}{dt^2} = -\omega^2 \cdot \underbrace{R \begin{pmatrix} \cos(\omega t+\varphi_0) \\ \sin(\omega t+\varphi_0) \end{pmatrix}}_{\vec r(t)}$$

$$\vec F_{ZP} = -m\omega^2 \cdot R \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{F_{ZP}}{mR}}$$

Beispiel: Kraft zwischen Erde und Sonne (Näherung Kreisbahn)



$$a_{ZP} = \omega^2 \cdot R \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$a_{ZP} = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R$$

$$R = 1\,AE = 150 \cdot 10^9\,m$$

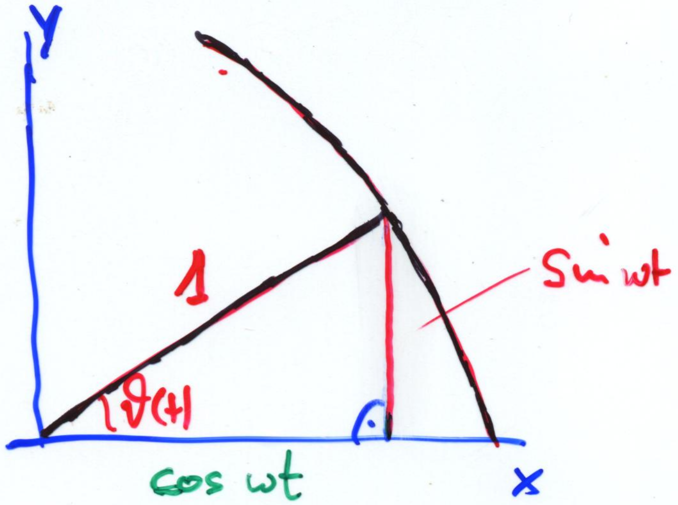
$$\leadsto a_{ZP} = 6 \cdot 10^{-3}\,\frac{m}{s^2} \qquad a_{ZF} \approx 6 \cdot 10^{-4} \cdot g$$

$$\boxed{\text{Zentrifugalkraft: „Scheinkraft" auf Beobachter im beschleunigten System Erde}}$$

$$F_{ZP} = m_E \cdot a_{ZP} \qquad m_E = 6 \cdot 10^{24}\,kg \Rightarrow F_{ZP} = 3{,}6 \cdot 10^{22}\,N$$

→ Versuch: Projektion der Kreisbewegung

Mathematischer Einschub



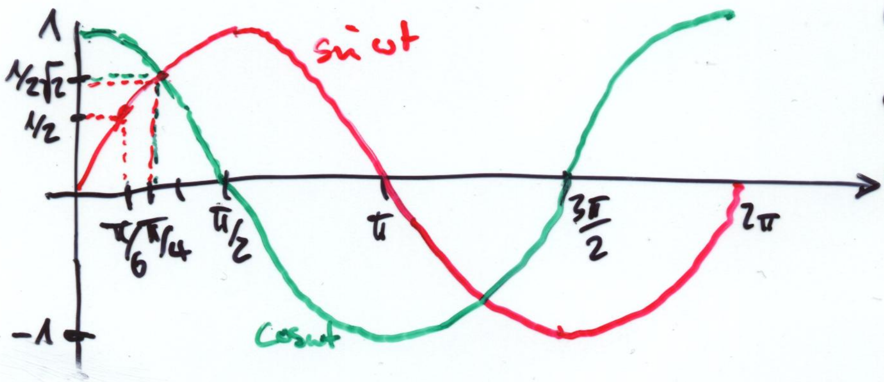
$$\vartheta(t) = \omega \cdot t$$

$$x(t) = \cos \omega t$$

$$y(t) = \sin \omega t$$

$$\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1$$

Pythagoras



$$\cos(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\cos(x) = -\cos(x + \pi)$$

$$\cos(x) = -\sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$$

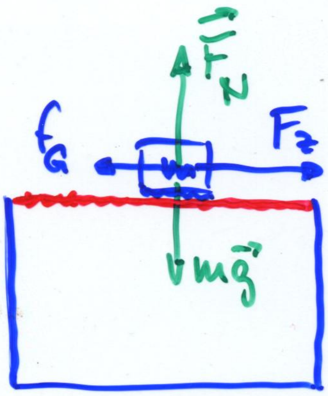
$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{2\pi}{6} = \frac{1}{2} \quad ; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

Darstellung in komplexer Ebene:

$$\cos \omega t = \frac{1}{2}\left(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}\right)$$

$$\sin \omega t = \frac{1}{2i}\left(e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right)$$

2.2.5 Reibung



- statische Reibung — Haftreibung
- kinetische Reibung — Gleitreibung

Reibung durch Unebenheit der Oberfläche

a) Reibung $\propto$ Normalkraft

$$f_H = \mu_H \cdot F_N$$

$$f_G = \mu_G \cdot F_N$$

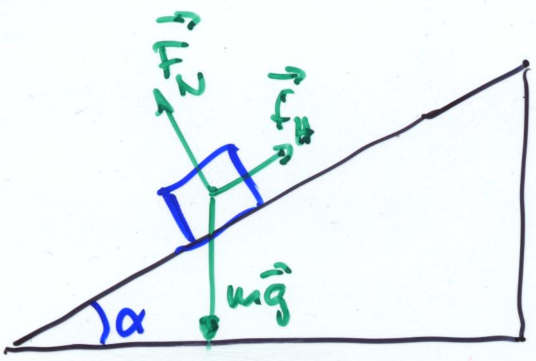
$\mu_H > \mu_G$ "Reibungskoeffizient"

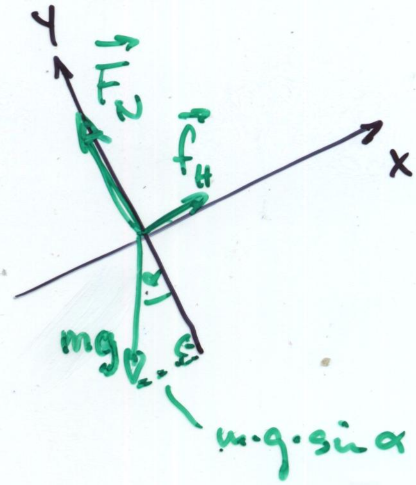
$$\vec{F}_N + m\cdot\vec{g} + \vec{f}_H + \vec{F}_Z = 0$$

$$\vec{F}_N + m\cdot\vec{g} + \vec{f}_G + \vec{F}_Z = m\cdot a$$

Sonderfall: $v = const \Rightarrow m\cdot a$

b)





<u>Klotz haftet:</u> $\vec{F}_N + m\vec{g} + \vec{f}_H = 0$

$$x: \; f_H - m \cdot g \cdot \sin\alpha = 0$$

$$y: \; F_N - m \cdot g \cdot \cos\alpha = 0$$

$f_H = F_N \cdot \mu_H$ Einsetzen u. Subtraktion:

$$\Rightarrow m \cdot g \cdot \sin\alpha = m \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot \mu_H$$

$$\mu_H = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$$

→ Versuch: Best. der Haftreibungskoeffizienten

1. Holz auf Holz: $\alpha = 15°$

$$\mu_H = \tan\alpha \Rightarrow 0{,}27$$

2. Holz mit Sandpapier auf Holz $\alpha = 40°$

$$\mu_H = \tan\alpha \Rightarrow 0{,}84$$

c) Klotz gleitet:

$$\vec{F}_N + \vec{f}_G + m\vec{g} = m\vec{a} \qquad f_G = F_N \cdot \mu_G$$

$$x: \; f_G - mg\sin\alpha = m\cdot a$$

$$y: \; F_N - mg\cos\alpha = 0$$

$$\mu_G \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha - m \cdot g \cdot \sin\alpha = m \cdot a$$

$$\Rightarrow a = -g(\sin\alpha - \cos\alpha \cdot \mu_G)$$

Für $\mu_G = \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow a = 0$

$\mu_G < \tan\alpha \Rightarrow$ "( )" $> 0 \Rightarrow a < 0$

Beschleunigung nach $-x$

$\mu_G > \tan\alpha \Rightarrow$ "( )" $< 0 \Rightarrow a > 0$

Bremsung in Richtung $-x$