Experimentelle Physik I
WS 16/17

Veranstaltung 4010011
https://campus.studium.kit.edu/event/H7Ke2neVDU6OCIWVcuIqYw

PD Dr. Andreas B. Meyer (KIT und DESY)

8. Vorlesung: 2.3 Arbeit und Energie (2)

Karlsruher Institut für Technologie

15. November 2016

15.11.2016

Zusammenfassung

2.2.5 Reibung

Bestimmung der Eigenschaften von Gleitreibung

2.3. Arbeit und Energie

2.3.1. Arbeit

$$\Delta A = \vec{F}(\vec{r}) \cdot \Delta\vec{r}$$

Aufwenden von Kraft über einen Weg

$$A_{A\to B} = \sum_i \Delta A_i = \sum_i \vec{F}_i \Delta\vec{r} = \int_A^B F(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

Wegintegral

Kraftfeld ist Konservativ wenn:

- $\oint \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = 0$ $\Leftrightarrow$ Wegunabhängigkeit

  Zirkulation

- $\exists V(\vec{r})$, für die gilt:

  $$\vec{F}(\vec{r}) = -\text{grad } V = -\vec{\nabla} V$$ Großmann S.192 ff

- $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$ "wirbelfrei" $-\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} V) = 0$ S.143

- Stokesscher Satz $\oint_P \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_O \vec{\nabla} \times \vec{F} \, d\vec{A}$ S.262

Zusammenfassung (forts.)

2.3.2 Energie

- Potentielle Energie

Arbeit für unbeschleunigte Bewegung

$$A = \int_{\vec{a}}^{\vec{b}} \vec{F} d\vec{r} = \underbrace{E_p(\vec{b}) - E_p(\vec{a})}_{\text{potentielle Energie}}$$

- Kinetische Energie

Arbeit für beschleunigte Bewegung

$$A = \int_{\vec{a}}^{\vec{b}} m \cdot \vec{a}\, d\vec{r} = \underbrace{E_k(\vec{b}) - E_k(\vec{a})}_{\text{Kinetische Energie}} = \frac{1}{2} m (v_b^2 - v_a^2)$$

<u>Energiesatz der Mechanik</u>

$$E_{total} = E_k(\vec{a}) + E_p(\vec{a})$$

$$= E_k(\vec{b}) + E_p(\vec{b}) = const$$

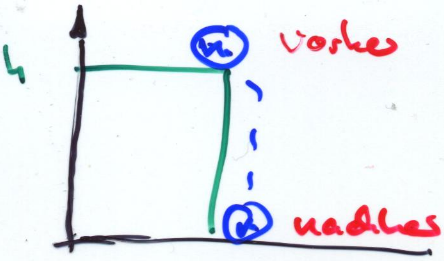
in <u>konservativen</u> Kraftfeldern ist Energie <u>erhalten</u>

"<u>Energieverbrauch</u>" = Verwandlung mechanischer Energie in innere Energie (Wärme).

Wärme kann nie vollständig ~~in~~ in mechanische Energie zurückverwandelt werden. (2. Hauptsatz der Thermodyn.)

2.3.3. Energieerhaltung (Beispiele u. Experimente)

a) Fallender Gegenstand

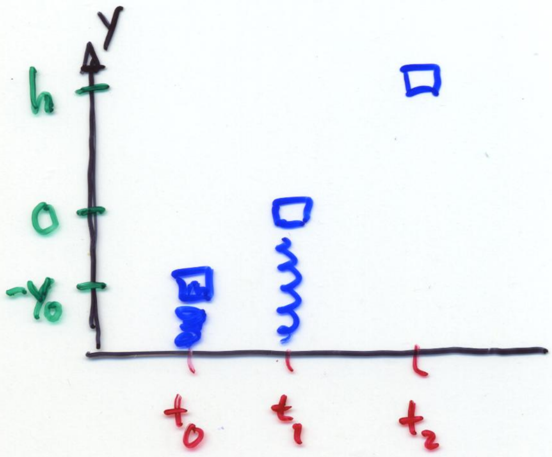


$$E_{tot} = m \cdot g \cdot h + 0 \quad \text{vorher}$$

$$= 0 + \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{nachher}$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

b) Federkanone



t_0 $\quad E_{tot} = \frac{1}{2} k y_0^2 - m \cdot g y_0$

t_1 $\quad E_{tot} = \frac{1}{2} m v^2$

t_2 $\quad E_{tot} = m \cdot g \cdot h$

$$E_{kin} = E_{pot} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gh}$$

$$E_{Feder} = E_{pot} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{2mg \cdot (h + y_0)}{y_0^2}$$

$[k] = \frac{N}{m}$

$h = 2m; \quad m = 25g; \quad y_0 \approx 30\,cm$

$\Rightarrow k \approx 12{,}5 \frac{N}{m}$

$t = [t_0 \dots t_1]$ $\quad \frac{d^2y}{dt^2}(t) = -\frac{k}{m}y(t) - g$

inhomog. DGL 2. Ordnung

$t > t_1$ $\quad \frac{d^2y}{dt^2}(t) = -g$

"freier Fall"

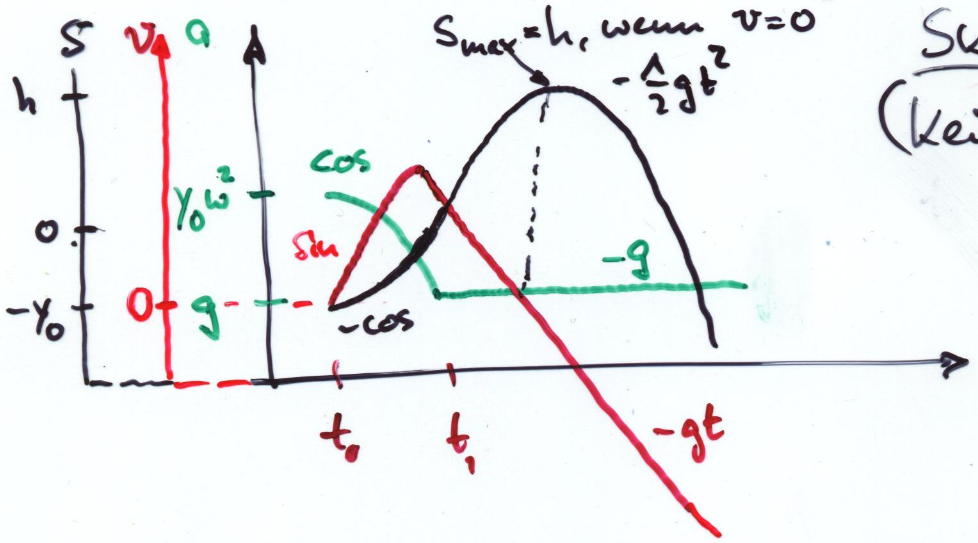
Für $g \ll \frac{k}{m} y(t)$:

DGL → homog.

$$\frac{d^2y}{dt^2} = y_0 \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad ; \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$v(t) = y_0 \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$y(t) = y_0 \cdot (-\cos(\omega t + \varphi))$$



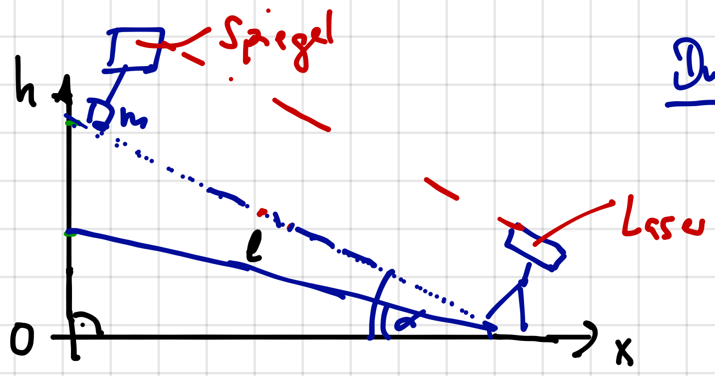
Skizze

(keine Betrachtung nahe t_1)

c) Beschleunigung auf schiefer Ebene

Versuch Energieerhaltung an der Luftkissenbahn

Zu zeigen: $v = \sqrt{2gh}$

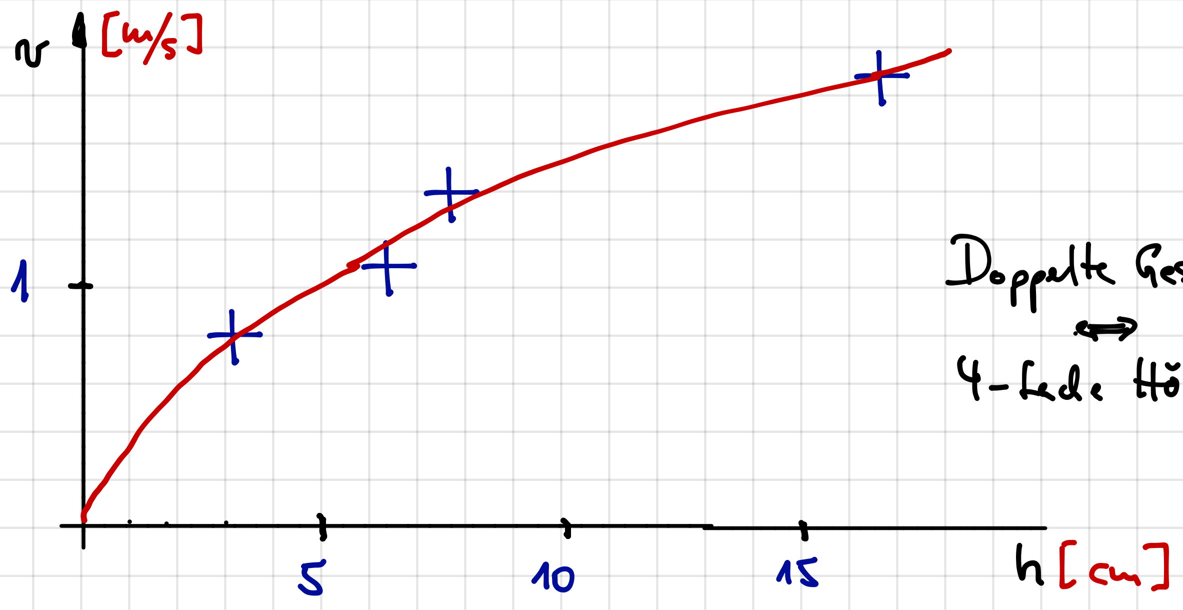


Durchführung:

- Messung von $s(t)$ u. $v(t)$ für zwei unterschiedliche Beschleunigungen (Neigungswinkel: 6° u. 3°)
- Messung: $v(t)$ vs $s(t)$ (Laser-Laufzeitmessung) Resultat: → CASSY-Display
- Auswertung: $v = v(h)$
  - Berechnung von h
  - Auftragen von $v(h)$ (gezeigt für einige Werte)

Meßwerte: $\alpha, s(t), v(t)$

		α	s	v	$h = s \cdot \sin\alpha$
1	a)	6°	0,74 m	1,4 $\frac{m}{s}$	7,7 cm
	b)	6°	1,57 m	1,9 $\frac{m}{s}$	16,4 cm
2	a)	3°	0,60 m	0,8 $\frac{m}{s}$	3,1 cm
	b)	3°	1,29 m	1,1 $\frac{m}{s}$	6,7 cm

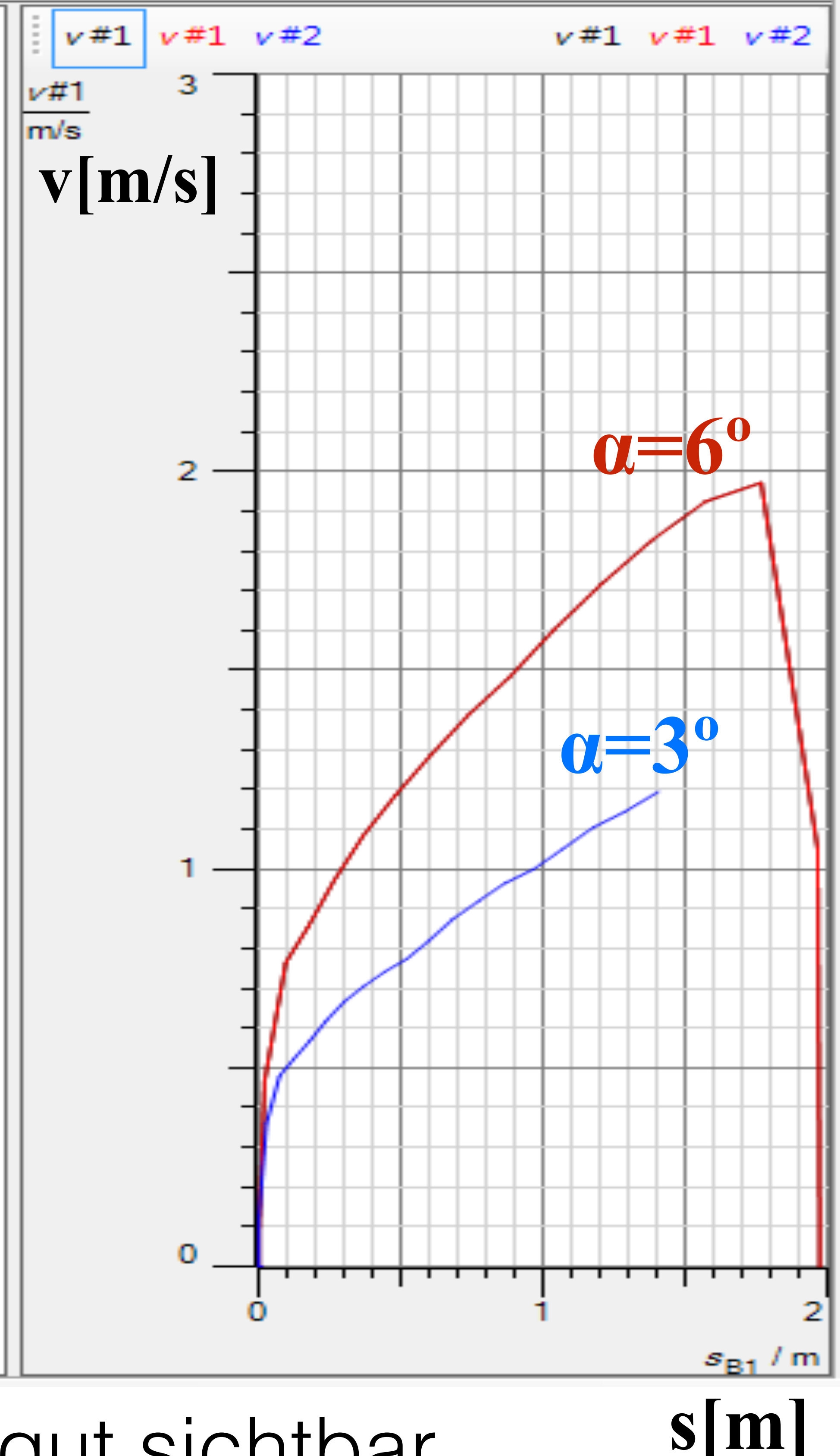


Doppelte Geschw. ⟺ 4-fache Höhe !

Auswertung mit CASSY

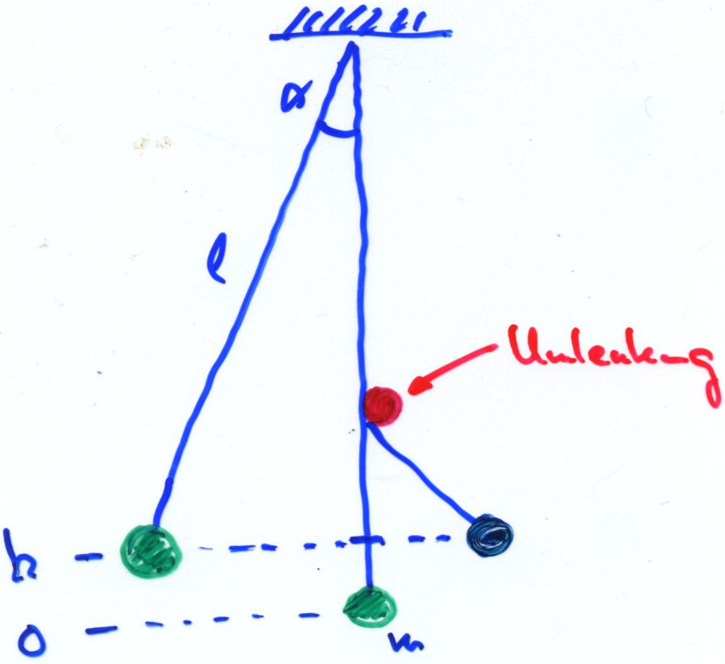
Standard

s_{B1}#1 / m ($\alpha=6^o$)	v#1 / m/s	v#1 / m/s	s_{B1}#2 / m ($\alpha=3^o$)	v#2 / m/s
0,001			0,001	
0,001	0,0	0,0	0,001	0,0
0,001	0,0	0,0	0,001	0,0
0,001	0,0	0,0	0,001	0,0
0,001	0,0	0,0	0,001	0,0
0,001	0,0	0,0	0,001	0,0
0,001	0,0	0,0	0,001	0,0
0,001	0,0	0,0	0,001	0,0
0,001	0,0	0,0	0,001	0,0
0,001	0,0	0,0	0,001	0,0
0,001	0,1	0,1	0,001	0,0
0,021	0,5	0,5	0,001	0,1
0,095	0,8	0,8	0,027	0,4
0,174	0,9	0,9	0,073	0,5
0,266	1,0	1,0	0,123	0,5
0,368	1,1	1,1	0,181	0,6
0,483	1,2	1,2	0,237	0,6
0,606	1,3	1,3	0,302	0,7
0,740	1,4	1,4	0,371	0,7
0,884	1,5	1,5	0,443	0,7
1,039	1,6	1,6	0,519	0,8
1,206	1,7	1,7	0,598	0,8
1,382	1,8	1,8	0,683	0,9
1,571	1,9	1,9	0,773	0,9
1,767	2,0	2,0	0,867	1,0
1,966	1,1	1,1	0,966	1,0
1,977	-0,5	-0,5	1,067	1,1
1,865	-1,1	-1,1	1,176	1,1
1,763	-1,0	-1,0	1,288	1,1
1,672	-0,9	-0,9	1,405	1,2
1,590			1,527	



Abhängigkeit $v(t) \propto \sqrt{s(t)}$ gut sichtbar

d) Fadenpendel ("mathematisches Pendel", da idealisiert)



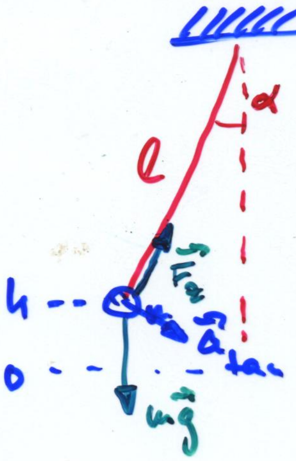
$$m g \cdot h = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{2 g \cdot h}$$

$$\text{mit} \quad h = l \cdot (1 - \cos\alpha)$$

→ Versuch: m erreicht Höhe h, auch wenn Umlenkung eingeschoben wird.

Vergl. Vorgehensweise über Bewegungsgleichung



$$\vec{F}_z + m\vec{g} = m \cdot \vec{a}_{tan}$$

$$a_{tan} = l \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2}(t)$$

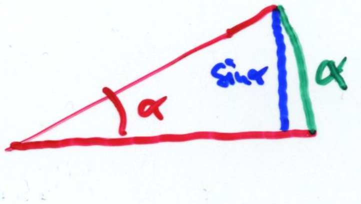
$$\Rightarrow \quad m \cdot g \cdot \sin\alpha(t) = m l \, \frac{d^2\alpha(t)}{dt^2}$$

- Näherung: $\sin\alpha \approx \alpha$ für α klein (siehe unten)
- Ansatz: $\alpha(t) = \alpha_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$
- Bestimmung der Koeffizienten und Anfangsbed.

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \qquad \alpha_0 = \alpha(t=0) \qquad \varphi = 0, \text{ da } \alpha(t=0) = \alpha_0$$

Mathematischer Einschub

Näherung: $\sin\alpha = \alpha$ (für α klein)



Beweis durch Taylorentwicklung

Allgemein: $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$

Entwicklung von $f(\alpha)$ um $\alpha = 0$:

$$f(\alpha) = f(0) + \frac{1}{1!} f'(0)\cdot\alpha + \frac{1}{2!} f''(0)\cdot\alpha^2 + \ldots$$

Einsetzen:

$$\sin\alpha = \underbrace{\sin 0}_{0} + \cos(0)\cdot\alpha + \underbrace{\frac{1}{2}(-\sin(0))}_{0}\alpha^2 + \frac{1}{3!}(-\cos(0))\cdot\alpha^3 + \ldots$$

$$= \alpha - \frac{1}{3!}\alpha^3 + \frac{1}{5!}\alpha^5 - \frac{1}{7!}\alpha^7 \ldots$$

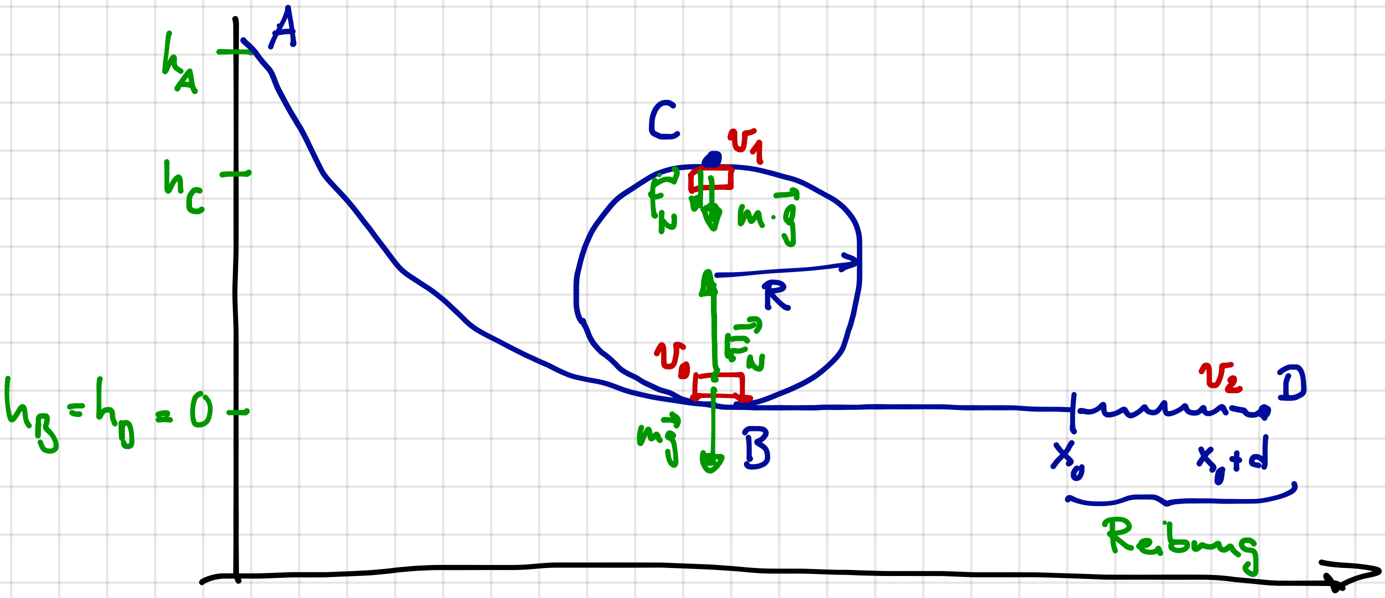
$$= \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{\alpha^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

Darstellung von trigonometrischen und anderen Funktionen als Reihenentwicklung:

→ Näherungsverfahren

→ Bestimmung numerischer Werte (mit wählbarer Genauigkeit)

e) Achterbahn mit Looping



$$E_{tot} = m\cdot g\cdot h_A \qquad A$$

$$= 0 + \frac{1}{2} m v_0^2 \qquad B$$

$$= \int_{x_4}^{x_5} f_R \, dr \qquad D$$

$$v_0 = \sqrt{2 g h_A}$$

$$v_1 = \sqrt{2g(h_A - h_C)}$$

$$\vec{F}_N + m\vec{g} = m\vec{a}$$

Bei C: (y-Komponente) $\quad -F_N - mg = -m\cdot a \Rightarrow F_N = m\left(\frac{v_1^2}{R} - g\right)$

$$\Rightarrow F_N = m\cdot g\left(\frac{2(h_A - h_C)}{R} - 1\right)$$

Für $F_N = 0$ ist: (mit $h_C = 2R$) $\Rightarrow$ $2h_A - 4R = R$ $\quad h_A = \frac{5R}{2}$

Bei B: $F_N - mg = m\cdot a \Rightarrow F_N = m\left(\frac{v_0^2}{R} + g\right) \Rightarrow F_N = 6g$

Für $F_N^C = 0$:

$$F_N = m\cdot\left(\frac{2\cdot g\cdot 5R}{2R} + g\right)$$