Experimentelle Physik I
WS 16/17

Veranstaltung 4010011
https://campus.studium.kit.edu/event/H7Ke2neVDU6OCIWVcuIqYw

PD Dr. Andreas B. Meyer (KIT und DESY)

9. Vorlesung: 2.4 Systeme von Massepunkten (1)

Karlsruher Institut für Technologie

17. November 2016

17.11.2016

Zusammenfassung

2.3.3. Energieerhaltung (Beispiele u. Experimente)

a) fallender Gegenstand

$$E_{POT}^{vorher} = E_{KIN}^{nachher} \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

b) Federkanone

$$E_{Feder} + E_{KIN} + E_{POT} = const \Rightarrow K \text{ und } v$$

c) Beschleunigung auf schiefer Ebene (siehe Vorl. 8, Seite 5)

Quantitative Demonstration von $v \propto \sqrt{h}$

d) Fadenpendel

Qualitative Demonstration der Energieerhaltung

Approximation von $\sin\alpha$ durch Taylor-Entwicklung

e) Achterbahn mit Looping

Verwendung der Energieerhaltung zur Bestimmung der Normalkraft im Looping.

Achterbahn mit Looping (Forts.)

(Vorl. 8 S. 9)

Bremsung bei D

$$E_{tot} = m \cdot g \cdot h_A$$
$$= \frac{1}{2} m v_0^2$$
$$= \frac{1}{2} m (v(d))^2 + \int_{x_0}^{x_0+d} f_G \cdot dx \qquad f_G = m \cdot g \cdot \mu_G$$

$$= \frac{1}{2} m v_d^2 + m \cdot g \cdot \mu_G (x_0 + d - x_0)$$

$$\Rightarrow v_d = \sqrt{2 \cdot g (h_A - \mu_G \cdot d)}$$

Zahlenbeispiel

$h_A = 60\,m$; $\mu_G = 0{,}5$; $v(d)$ für $d = 40\,m$

$$v(40m) = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \tfrac{m}{s^2} (60m - 0{,}5 \cdot 40m)} = 28 \tfrac{m}{s} \approx 100 \tfrac{km}{h}$$

$$v_0 = 34 \tfrac{m}{s} \approx 125\ km/h$$

$$v(115m) = 7 \tfrac{m}{s} \approx 25 \tfrac{km}{h}$$

$E \propto v^2$ bestimmt Länge des Bremsweges!

2.3.4 Potentiale

$$\Delta A = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = -\Delta E_p \qquad (1)$$

- Vorzeichenbetrachtung:

  System verrichtet Arbeit $\Delta A > 0 \Leftrightarrow$

  $\Leftrightarrow$ Reduktion der potentiellen Energie $\Delta E < 0$

- Betrachte Änderung ΔE auf Teilstück $\Delta\vec{r}$, auf dem $E_p = E_p(x,y,z)$

$$\Delta E_p = \frac{\partial E_p}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial E_p}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial E_p}{\partial z}\Delta z \qquad (2)$$

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\left(\frac{\partial E_p}{\partial x}, \frac{\partial E_p}{\partial y}, \frac{\partial E_p}{\partial z}\right) := -\vec{\nabla} E_p = -\mathrm{grad}\, E_p$$

addi. konst.

differentiation $\Rightarrow$ frei wählbar

Definition Potential

Ordne jedem Punkt $\vec{r}$ des Kraftfeldes eine Funktion $V(\vec{r})$ zu, die die potentielle Energie pro "Einheitsladung" ist.

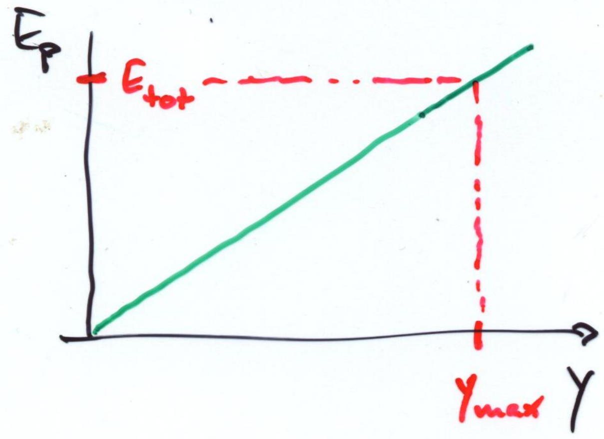
$$\vec{F}_G(\vec{r}) = -m\,\vec{\nabla} V(\vec{r}) \qquad \vec{F}_E(\vec{r}) = -q\vec{\nabla} V(\vec{r})$$

Beispiele

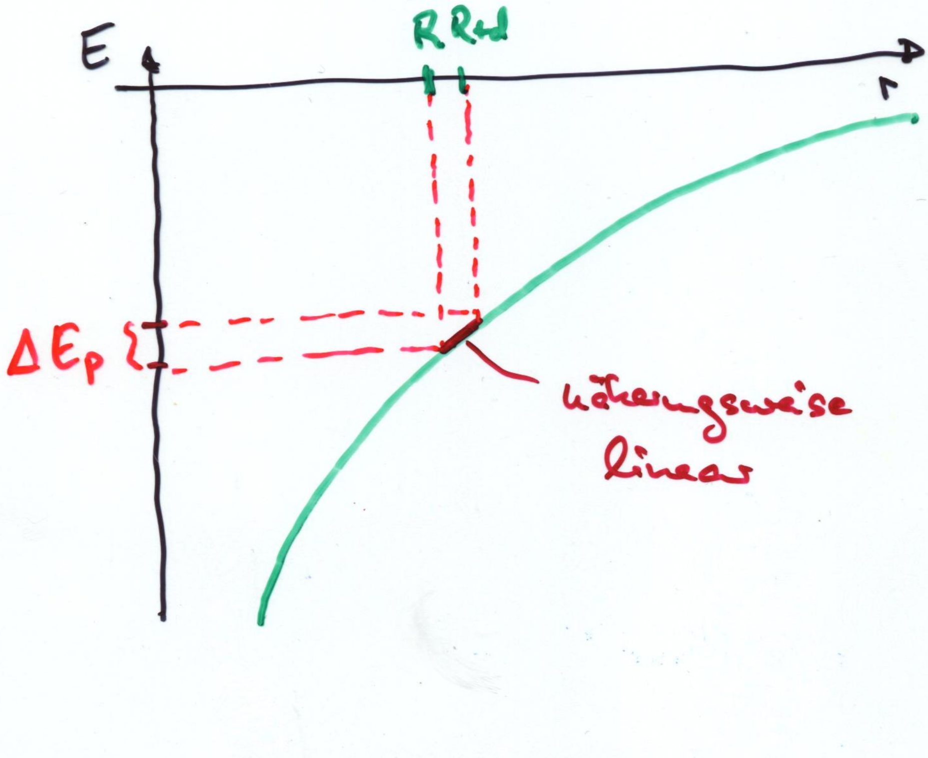
a) homogenes Gravitationsfeld

$$E_p = m \cdot g \cdot y$$

$$F_y = -\frac{\partial E}{\partial y} = -mg$$



b) "Realistisches" Gravitationsfeld

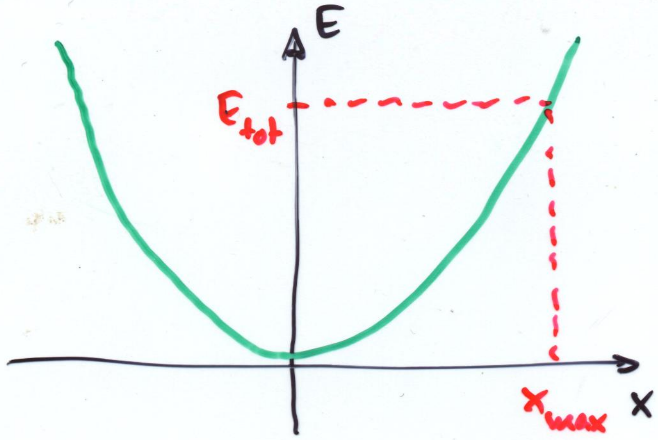


$$E_p(r) = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

$$\vec{F}(\vec{r}) = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot \vec{r}_e$$

c) Federpotential

$$E_p(x) = \frac{1}{2} k x^2$$



$$F(x) = -kx$$

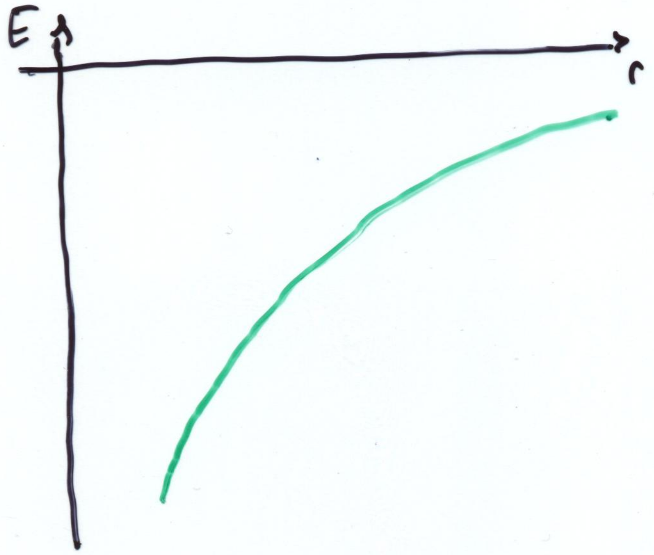
d) Elektrostatisches Potential

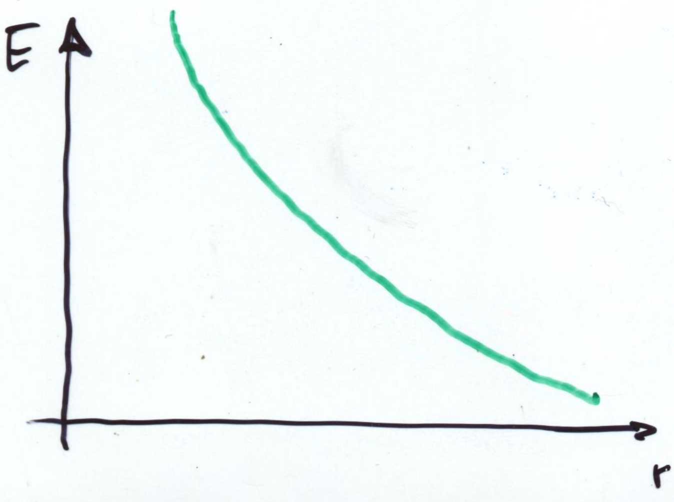
entgegengesetzte Ladungen

$$E_p = -\frac{Q \cdot q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r}$$

(anziehend)

$$F(\vec{r}) = -\frac{Q \cdot q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \vec{r}_e$$





gleiche Ladungen:

(abstoßend)

$$E_p = \frac{Q \cdot q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

2.3.5. Leistung

$$P = \frac{dA}{dt} \qquad\qquad \langle P \rangle = \frac{A}{t}$$

Instantane Leistung   Mittlere Leistung

$$[P] = 1\,kg\,\frac{m^2}{s^3} \;\hat{=}\; 1\,W \qquad\qquad 1\,PS = 735\,W$$

Power

Beispiele

- Student läuft Treppe hoch

$$\langle P \rangle = \frac{m \cdot g \cdot h}{\Delta t} \qquad\qquad \frac{65\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 3{,}5\,m}{3\,s} = 743\,W$$

- Leistung von Menschen
  - täglicher Verbrauch: $2000-3000\,kcal \sim 10^4\,kJ$

$$\text{Ø-Leistung} \qquad \langle p \rangle = \frac{10\,kJ}{24\,h} = 115\,W$$

Spitzenleistung $\mathcal{O}(kW)$

- Beschleunigung Auto z.B. 100 km/h in 5 s mit m = 1200 kg

$$\langle p \rangle = \tfrac{1}{2} m v^2 / \Delta t \Rightarrow 94\,kW$$

$$\approx 126\,PS$$

- Kraftwerke: Windrad $\mathcal{O}(MW)$

  Atomkraftwerk $\mathcal{O}(GW)$

- Zusammenhang elektrische Leistung

$$\underbrace{kg\,m^2\,s^{-3}}_{\text{Basiseinheiten}} \;\hat{=}\; 1\,W \;\hat{=}\; 1\,V \cdot A \;\hat{=}\; V\,C\,s^{-1}$$

Coulomb (Ladung)

2.4. Systeme von Massenpunkten

2.4.1. Schwerpunkt und Impuls

Definition: Schwerpunkt

CM = "Center of mass"

$$\boxed{\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_i^N m_i \vec{r}_i}{\sum_i^N m_i}}$$

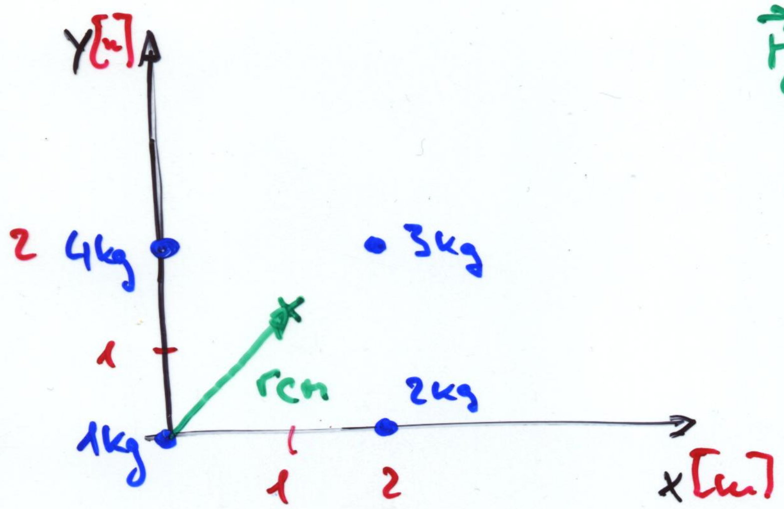
für endlich viele Teilchen

Masse-gewichteter Mittelwert der Ortsvektoren

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \int \vec{r}\, \rho(\vec{r})\, dV$$

für Verteilungen

Dichte: $\rho(\vec{r})$, Volumenelement: dV



$$\vec{r}_{CM} = \left(1\text{kg} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 2\text{kg} \begin{pmatrix} 2\text{m} \\ 0 \end{pmatrix} + 3\text{kg} \begin{pmatrix} 2\text{m} \\ 2\text{m} \end{pmatrix} + 4\text{kg} \begin{pmatrix} 0 \\ 2\text{m} \end{pmatrix}\right) \cdot \frac{1}{10\,\text{kg}} =$$

$$\vec{r}_{CM} = \begin{pmatrix} 1\text{m} \\ 1{,}4\text{m} \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i^N m_i \vec{r}_i$$

Schwerpunktgeschwindigkeit $\vec{v}_{CM}$

$$\vec{v}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \frac{d}{dt}\vec{r}_i = \frac{1}{M}\sum \underbrace{m_i\vec{v}_i}_{p_i} = \boxed{\frac{1}{M}\sum p_i}$$

Impuls

Erinnerung Impuls: $\boxed{\vec{p} \equiv m\cdot\vec{v}}$ $\quad M\vec{v}_{CM} = \vec{P}_{CM} = \sum_i \vec{p}_i$

> Schwerpunkt von Massepunkten bewegt sich wie ein Körper mit Masse M

Schwerpunktsbeschleunigung $\vec{a}_{CM}$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{d}{dt}\vec{v}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{a}_i \qquad M\vec{a}_{CM} = \vec{F}_{CM} = \sum_i \vec{F}_i$$

(Newton: N_2)

Impulserhaltungssatz

Aus $\sum_i \vec{F}_i = 0$ (N_1) $\quad \boxed{\sum_i \frac{dp_i}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{P}_{CM} = \text{const}}$

> Massenschwerpunkt eines abgeschlossenen Systems hat einen zeitlich konstanten Impuls

Beispiel

Schlittschuhläufer auf dem Eis

$$\vec{P}_{CM} = \vec{p}_S + \vec{p}_P$$

$$= m_S \vec{v}_S + m_P \vec{v}_P = 0$$

$$v_P = \frac{m_S}{m_P} \cdot v_S$$

Für $m_P = 73\,kg$, $m_S = 2\,kg$, $v_S = 10\,\frac{m}{s}$ $\Rightarrow$ $v_P = 0{,}27\,\frac{m}{s}$

→ vergl. Versuch: zwei Wagen mit Feder