Experimentelle Physik I
WS 16/17

Veranstaltung 4010011
https://campus.studium.kit.edu/event/H7Ke2neVDU6OCIWVculqYw

PD Dr. Andreas B. Meyer (KIT und DESY)

10. Vorlesung: 2.4 Systeme von Massepunkten (2)

Karlsruher Institut für Technologie

22. November 2016

22.11.2016

Zusammenfassung

2.3.3. Energieerhaltung (Forts.)

- Auswertung schiefe Ebene
- Achterbahn mit Looping

2.3.4. Potentiale

Potential

- $\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} E_p(\vec{r}) = -m \cdot \vec{\nabla} V(\vec{r})$
- Beispiele

2.3.5 Leistung

- $P = \frac{dA}{dt}$
- Beispiele

2.4 Systeme von Massepunkten

2.4.1 Schwerpunkt und Impuls

2.4.1. Schwerpunkt u. Impuls (Wiederholung)

$$\boxed{\vec r_{CM} \equiv \frac{\sum_i^N m_i \vec r_i}{\sum_i^N m_i}}$$

CM = "Center of mass"

Massengewichteter Mittelwert der Ortsvektoren

Erinnerung: N_2 : $\vec F = \frac{d\vec p}{dt}$ Bewegungsglg.

$$\boxed{\vec p = m \cdot \vec v}$$

Definition Impuls

$= m \cdot \vec a$

für $\frac{dm}{dt} = 0$, d.h. $m = \text{const}$

N_1 : $\sum_i \vec F_i = 0 \Rightarrow \vec a = 0$

↳ $\vec v = \text{const}$

$$\vec v_{CM} = \frac{d}{dt}\vec r_{CM} = \frac{1}{M}\cdot\sum_i m_i \cdot \frac{d}{dt}\vec r_i = \frac{1}{M}\cdot\sum_i \vec p_i = \frac{1}{M}\cdot\vec P_{CM}$$

$\Rightarrow M\vec v_{CM} = \vec P_{CM} = \sum \vec p_i$ Schwerpunkt bewegt sich wie Körper mit Masse M

Impulserhaltungssatz:

$$\boxed{\sum_i \frac{dp_i}{dt} = 0 \Rightarrow \vec P_{CM} = \text{const}}$$

Massenschwerpunkt eines abgeschlossenen Systems hat einen zeitlich konstanten Impuls

Für zwei Massenpunkte:

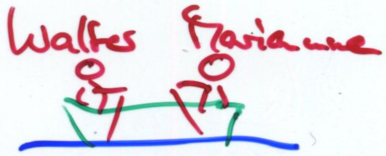
$\vec p_1 + \vec p_2 = 0$

$\Rightarrow$

$v_1 = \frac{m_2}{m_1} v_2$

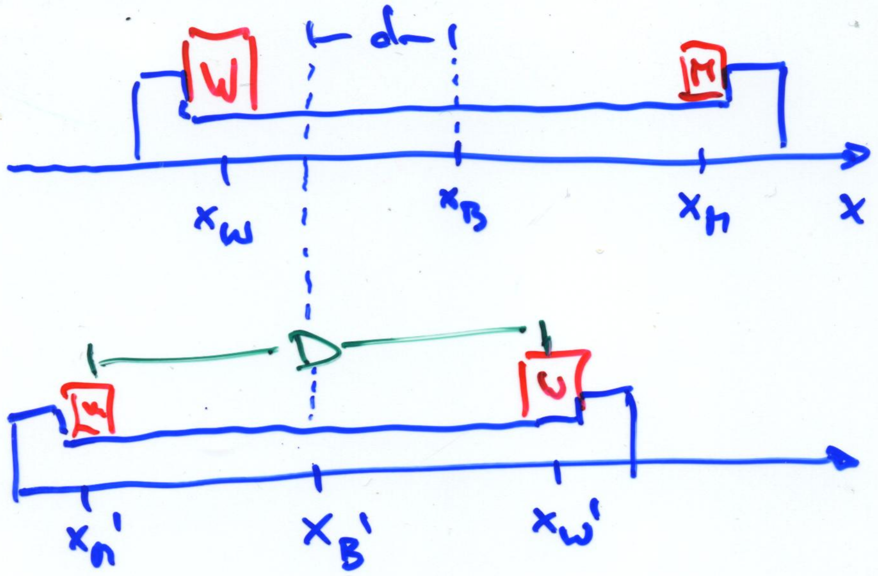
Beispiele: Wagen, Schlittschuh

Ruderboot



vorher

nachher



$d = x_B - x_B'$

$D = x_M - x_W$

$$x_{cm} = \frac{1}{M}\left(m_W x_W + m_M x_M + m_B x_B\right)$$

$$x'_{cm} = \frac{1}{M}\left(m_W x'_W + m_M x'_M + m_B x'_B\right)$$

$$x'_{cm} = \frac{1}{M}\left(m_W (x_M - d) + m_M (x_W - d) + m_B (x_B - d)\right)$$

$$0 = m_W (x_W - x_M + d) + m_M \cdot (x_M - x_W + d) + m_B (x_B - x_B + d)$$

$$0 = m_W \cdot (d - D) + m_M (d + D) + m_B d \Rightarrow$$

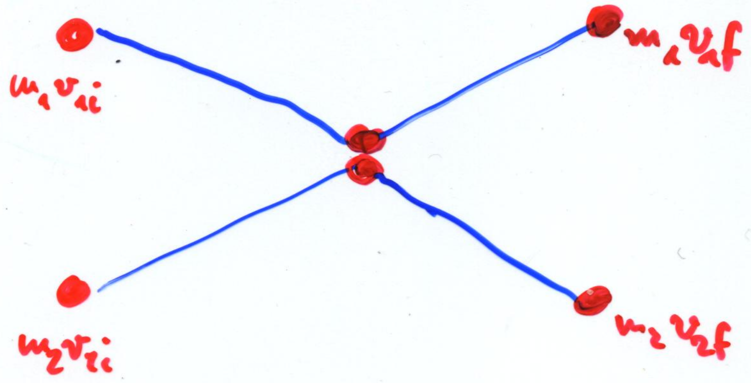
$$m_W = \frac{m_M (D + d) + m_B \cdot d}{D - d}$$

$m_M = 65\,\text{kg}$; $m_B = 30\,\text{kg}$; $d = 0{,}4\,\text{m}$, $D = 3\,\text{m}$

$\Rightarrow m_W = 90\,\text{kg}$

2.4.2. Elastische und Unelastische Stöße

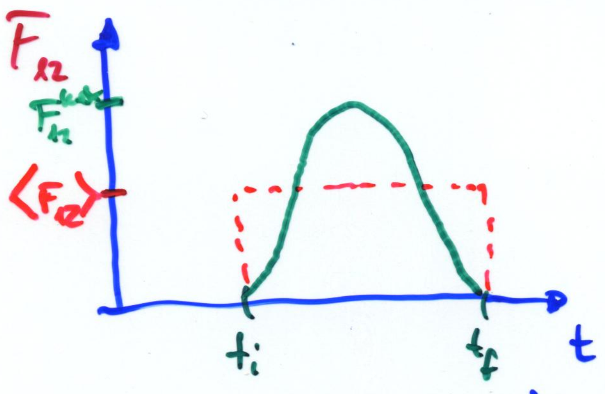
"Billard"



- makroskopisch: z.B. Abstoßung durch Elektromagnetismus
- mikroskopisch: Austausch von Wechselwirkungsteilchen

Kraftstoß

Impulsübertragung während der Dauer der Wechselwirkung



$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1f} - \vec{p}_{1i} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}_{21}\, dt$$

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2f} - \vec{p}_{2i} = \int_{t_i}^{t_f} F_{12}\, dt$$

Actio = Reactio

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

$$\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2$$

Impulserhaltung

Elastischer Stoß: kinetische Energie vor und nach dem Stoß gleich

$$\boxed{E_{ki} = E_{kf}}$$

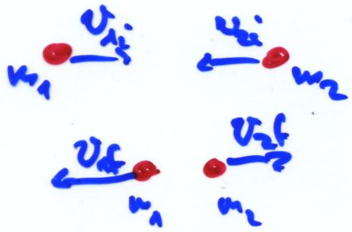
elastisch

Inelastischer Stoß: Ein Teil der kinetischen Energie wird in innere Energie transformiert

$$\boxed{E_{kf} = E_{ki} - Q}$$

inelastisch

a) Elastischer Stoß (1d)



$$\vec{P}_{CM} = \text{const} = m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i}$$
$$= m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}$$

→ Versuch Kugelspiel

$$E_K = \text{const} = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2$$
$$= \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

$$m_1 (v_{1i} - v_{1f}) = m_2 (v_{2f} - v_{2i}) \qquad (1)$$

$$\frac{1}{2} m_1 (v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = \frac{1}{2} m_2 (v_{2f}^2 - v_{2i}^2) \qquad (2)$$

Division u. 3. binom. Formel

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2i} + v_{2f} \qquad (3)$$

Einsetzen von (3) in (1), um v_{2f} oder v_{1f} zu eliminieren

$$v_{1f} = \frac{1}{m_1 + m_2} \cdot \left((m_1 - m_2) \cdot v_{1i} + 2 m_2 v_{2i} \right)$$

Indices $1 \leftrightarrow 2$

$$v_{2f} = \frac{1}{m_1 + m_2} \cdot \left((m_2 - m_1) \cdot v_{2i} + 2 m_1 v_{1i} \right)$$

Spezialfälle

Betrachtung durch Einsetzen in Gleichungen auf Vorseite

- $m_1 = m_2$ $\Rightarrow v_{1f} = v_{2i}$; $v_{2f} = v_{1i}$ "Billard"

- $m_1 = m_2$ und $v_{2i} = 0$ $\Rightarrow v_{1f} = 0$; $v_{2f} = v_{1i}$

vergl. Kugelspiel

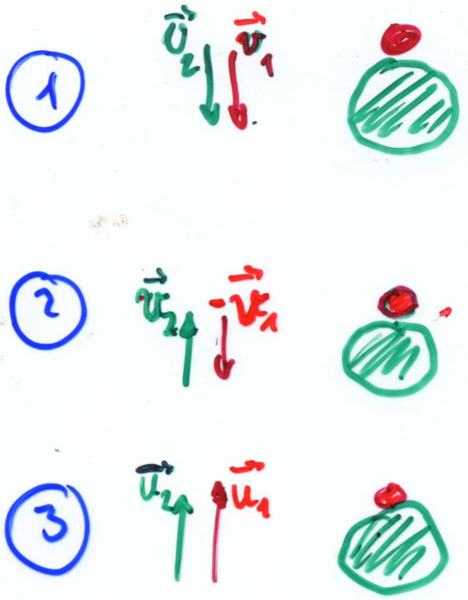
- $2m_1 = m_2$ und $v_{2i} = 0$ $\Rightarrow$ $v_{1f} = -\frac{1}{3} v_{1i}$
  $v_{2f} = \frac{2}{3} v_{1i}$

- $m_2 = \infty$ und $v_{2i} = 0$ $\Rightarrow v_{1f} = -v_{1i}$ | da $\lim\limits_{m \to \infty} \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = -1$

- $m_1 = \infty$ und $v_{2i} = 0$ $\Rightarrow$ $v_{1f} = v_{1i}$
  $v_{2f} = 2v_{1i}$

$\Rightarrow$ Versuch Luftkissenbahn

⇒ Versuch Zwei Bälle $m_2 \gg m_1$ $v_{1i} = v_{2i} = v$



In 1d: $m_1 v - m_2 v$

$\vec p = m_1 \vec v_1 + m_2 \vec v_2$ $E = \frac{1}{2}(m_1 v^2 + m_2 v^2)$

$p = m_1 \vec u_1 + m_2 \vec u_2$ $E = \frac{1}{2}(m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2)$

$u_1 = 3v$ (für $m_2 \gg m_1$)

$h \propto v^2$ ⇒ 9-fache Höhe

b) Inelastische Stoß

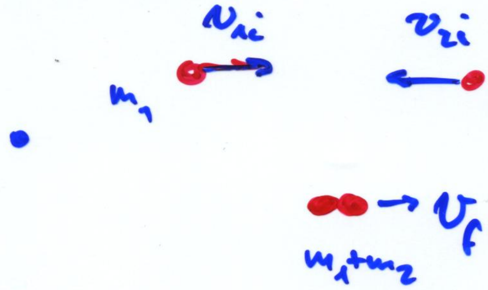
Impuls u. Energieerhaltung gelten immer!

$$\vec{P}_{CM} = \text{const}$$

$$E_{tot} = \text{const} = E_{ki} = E_{kf} + Q$$

Falls $Q > 0 \Rightarrow$ inelastisch

Spezialfälle



"Total inelastisch"

Impulserhaltung

$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = (m_1+m_2)\,\vec{v}_f$$

$$\vec{v}_f = \vec{v}_{CM} = \frac{m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i}}{m_1+m_2}$$

Energiebilanz

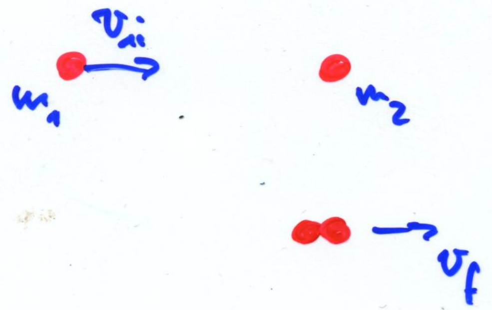
$$E_{tot} = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2$$

$$= \frac{1}{2}(m_1+m_2)\,v_f^2 + Q$$

$$Q = \frac{1}{2} \underbrace{\frac{m_1 \cdot m_2}{m_1+m_2}}_{\text{reduzierte Masse}} (v_{1i} - v_{2i})^2$$

Bemerke: Q ist maximal, wenn $v_{1i} = -v_{2i}$ und $m_1 = m_2$.
Dann ist $v_f = 0$.

• $m_1 = m_2 \quad v_{2i} = 0$



$$v_f = \frac{1}{2} v_{1i}$$ (aus Impulserh.

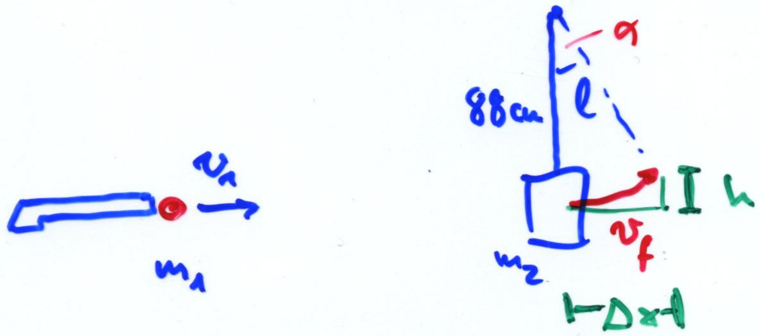
$$E_{tot} = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2$$

$$= \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot v_f^2 + Q$$

$$= \frac{1}{4} \cdot m_1 \cdot v_{1i}^2 + Q$$

$$\Rightarrow Q = \frac{1}{4} m_1 v_{1i}^2$$

⇒ Versuch Ballistisches Pendel



$$m_1 \cdot v_1 = (m_1 + m_2)\, v_2 \quad \Big|\ \text{Impul}$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_2^2 = mgh \quad \Big|\ \text{Energ}$$

$$v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g \cdot l \cdot (1 - \cos\alpha)}$$

Messung der Projektilgeschwindigkeit v_1

$\Delta x = 8\,\text{cm} \pm 1\,\text{cm}$; $l = 88\,\text{cm}$; $m_1 = 0{,}5\,\text{g}$, $m_2 = 355\,\text{g}$

$$\tan\alpha = \frac{\Delta x}{l} \simeq \alpha$$

$$v_1 = 189\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 12\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \hat{=}\ 680\,\text{Km/h}$$