

# Experimentelle Physik I

## WS 16/17

Veranstaltung 4010011

<https://campus.studium.kit.edu/event/H7Ke2neVDU6OCiWVculqYw>

PD Dr. Andreas B. Meyer (KIT und DESY)

**11. Vorlesung: 2.4 Systeme von Massepunkten (3)**

# Zusammenfassung

- 1 -

24.11.2016

## 2.4.1. Schwerpunkt und Impuls

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{r}_i$$

$$p = m \cdot v$$

$$M \vec{v}_{cm} = \vec{p}_{cm} = \sum_i \vec{p}_i$$

Schwerpunkt bewegt sich wie ein Körper der Masse  $M$

Impulserhaltung

$$\sum_i \frac{d\vec{p}_i}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p}_{cm} = \text{const}$$

• Beispiel Ruderboot  $\sum_i \vec{p}_i = 0 \Rightarrow x_{cm} = x'_{cm}$

## 2.4.2 Elastische und Unelastische Stöße

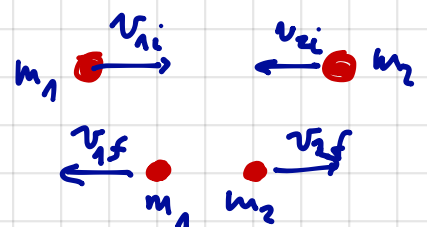
• Kraftstoß, Impulsübertrag  $\Delta \vec{p} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt$

a) elastischer Stoß (in 1d)

$$\vec{p}_{cm} = \text{const} \quad \text{u.} \quad E_{kin} = \text{const}$$

$$v_{1f} = \frac{1}{m_1 + m_2} \left( (m_1 - m_2) v_{1i} + 2m_2 v_{2i} \right)$$

$$v_{2f} = \frac{1}{m_1 + m_2} \left( (m_2 - m_1) v_{2i} + 2m_1 v_{1i} \right)$$



$\Rightarrow$  Kugelspielzeug

$\Rightarrow$  Luftkissenbahn

$\Rightarrow$  zwei Bälle

## Zusammenfassung (Forts.) -2-

### Vorhersage!

- $2m_1 = m_2$   
und  $v_{2i} = 0$

$$v_{1f} = -\frac{1}{3} v_{1i}$$

$$v_{2f} = \frac{2}{3} v_{1i}$$

→ Luftkissenbahn

### Messung

$t$ [ms]	$t$ [200ms]	$v$ [ $\frac{10\text{cm}}{200\text{ms}}$ ]
$\Delta t_{1i}$	204,9	1
$\Delta t_{2f}$	309,3	$\frac{3}{2}$
$\Delta t_{1f}$	809,4	$\frac{1}{4}$

✓

## b) Inelastischer Stoß

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{ki}} = E_{\text{kf}} + Q; \quad (\text{immer: Impulserhaltung!})$$

- Spezialfall:  
total inelastisch  
( $v_{1f} = v_{2f} = v_f$ )

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$$

$$Q = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_{1i} - v_{2i})^2$$

Q maximal, wenn  $v_{1i} = -v_{2i}$  und  $m_1 = m_2$

→ Ballistisches Pendel

# 2.4.2 Elastische und Unelastische Stöße (Forts.)

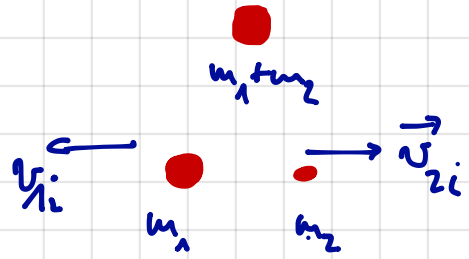
## b) Unelastische Stöße (Forts.)

- $m_1 = m_2 \quad v_{2i} = 0 \Rightarrow v_f = \frac{v_{1i}}{2}$

$\Rightarrow$  Luftkissenbahn

- Zeitumkehr: "Zerfall"  $Q \rightarrow E_{pot}$

$$\vec{v}_f = 0, \quad m_1 \gg m_2, \quad E_{pot} > 0$$



Vergl. Schlittschuhläufer  
zwei Wagen

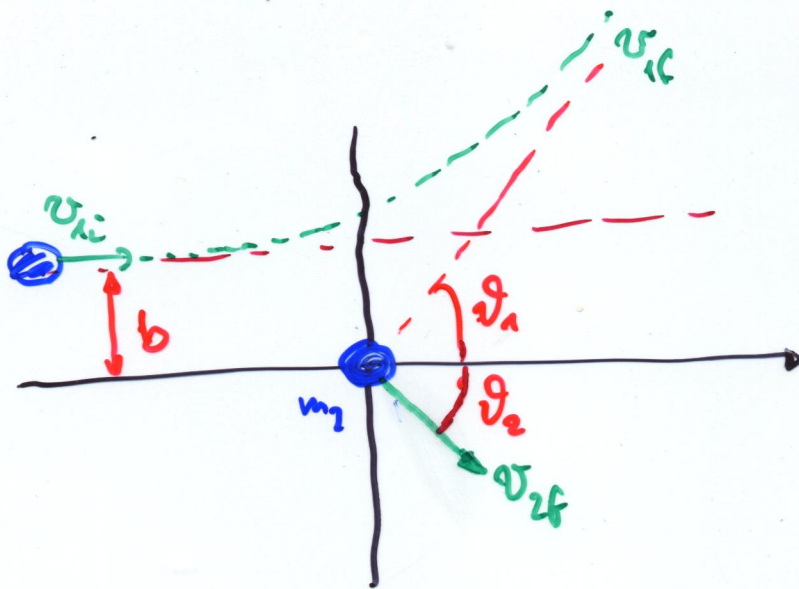
$$\sum_i \vec{p}_i = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{v_1 = \frac{m_2}{m_1} \cdot v_2}$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = E_{pot}$$

$v$  hängt von  $E_{pot}$  ab

c) Stöße in 2/3 Dimensionen

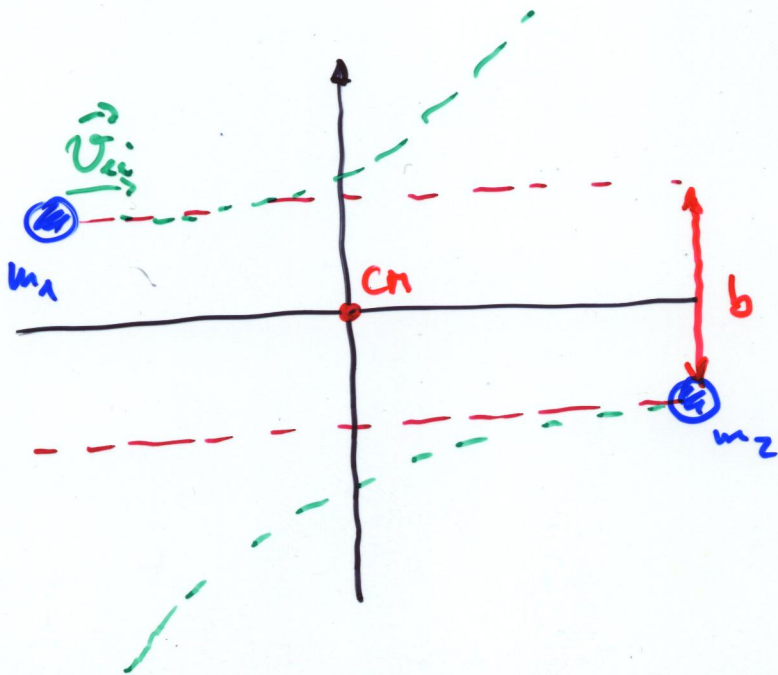


Laborsystem

$m_2$  in Ruhe

$b$ : Stoßparameter

$\hat{=}$



CM-System

Schwerpunkt ruht  
(hier: in Ursprung)

Wähle Koordinatensystem geschickt so,  
daß Problem optimal lösbar.

Spezialfall

$m_1 = m_2 = m$

$v_{2i} = 0$

$Q = 0$

(1)  $m \cdot \vec{v}_{1i} = m \vec{v}_{1f} + m \vec{v}_{2f}$  Impulserk.

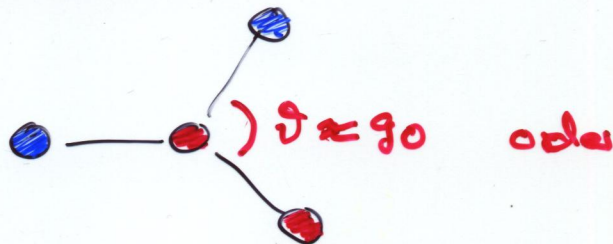
$v_{1i}^2 = v_{1f}^2 + v_{2f}^2 + \underbrace{2 \vec{v}_{1f} \cdot \vec{v}_{2f}}_{2 v_{1f} v_{2f} \cdot \cos(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$

(2)  $\frac{1}{2} m v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m (v_{1f}^2 + v_{2f}^2)$  Energieerh.

Vergl. (1) und (2)  $\Rightarrow 2 v_{1f} \cdot v_{2f} \cdot \cos(\vartheta_1 + \vartheta_2) = 0$

$\hookrightarrow 90^\circ$  (oder  $v_{1f} = 0$ )  
zentrales Stoß

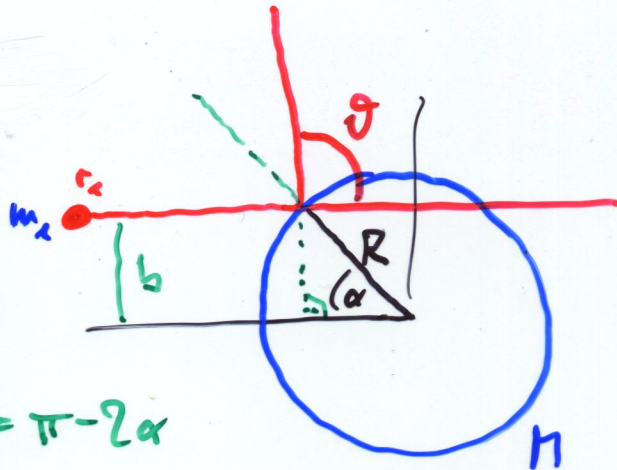
→ Versuch Billard tisch



• Spezialfall (2d)

$m_1 \ll M$

$v_{hi} = 0$



$b = R \cdot \sin \alpha \quad \vartheta = \pi - 2\alpha$

$b = R \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\vartheta}{2}\right)$

$b = R \cdot \cos \frac{\vartheta}{2}$

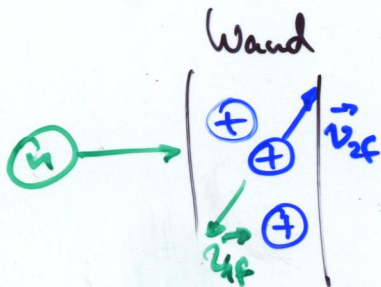
$\vartheta(b) = 2 \cdot \arccos \frac{b}{R} \quad \text{für } r_1 \ll R \quad \text{in 2d}$

$d\Omega = 2\pi \sin \vartheta d\vartheta$

Berechnung der Rate: Raumwinkelintegration in 3d!

Diskussion: Rutherford Experiment (Folien im Anhang)

Anwendung: z.B. Abschirmung von Neutronen  
(Kombination von inelastischer u. elastischer Streuung)



elastische Streuung  
frontale Stöße

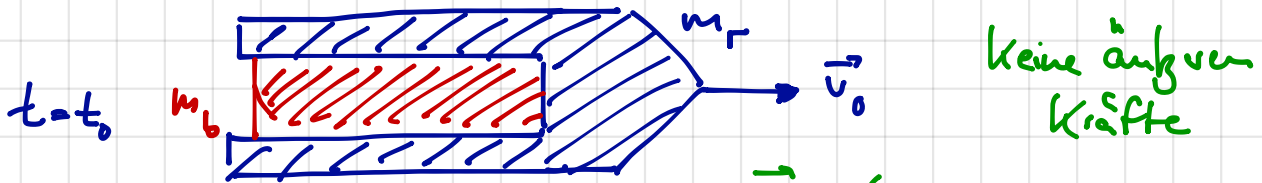
$v_{if} = v_{ii} \cdot \frac{m_n - m_A}{m_n + m_A}$

Optimale Bremsung bei  $m_n = m_A$

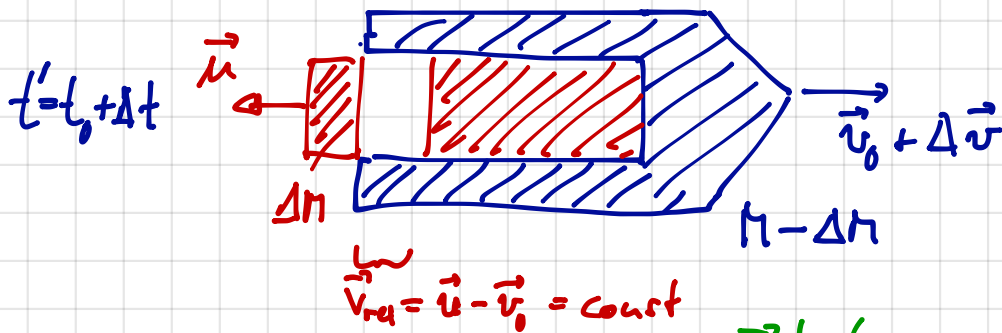
Neutronen  $\rightarrow$  Wasserstoff, z.B. Paraffin o.ä.

## 2.4.3. Systeme mit variabler Masse

Erinnerung:  $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m \cdot \vec{v}) = \frac{d}{dt} m \cdot \vec{v} + m \cdot \frac{d}{dt} \vec{v}$



$$\vec{P} = (m_r + m_b) \vec{v}_0 = M \vec{v}_0$$



$$\vec{P}' = \underbrace{(M - \Delta m) \cdot (\vec{v}_0 + \Delta \vec{v})}_{P_{\text{Rakete}}} + \underbrace{\Delta M \cdot \vec{u}}_{P_{\text{Brennstoff}}}$$

$$P' = M \vec{v}_0 + M \cdot \Delta \vec{v} - \cancel{\Delta m \cdot \vec{v}_0} - \cancel{\Delta m \Delta \vec{v}}_{\text{klein}} + \Delta M \vec{v}_{\text{rel}} + \cancel{\Delta M \vec{v}_0}$$

Impulserhaltung  $\vec{P} = M \vec{v}_0$

$$\Rightarrow M \cdot \Delta \vec{v} + \Delta M \vec{v}_{\text{rel}} = 0$$

Komponenten (Vorsiden):  $\Delta M v_{\text{rel}} = M \Delta v$

Für  $\Delta t \rightarrow dt$ :

$$-\frac{dM}{dt} v_{\text{rel}} = M \frac{dv}{dt}$$

$\left. \begin{array}{l} v_{\text{rel}} \text{ und } \Delta v \\ \text{entgegengesetzt.} \\ (\text{in } \text{KHS}) \end{array} \right\}$

$\left. \begin{array}{l} \Delta M > 0 \\ \frac{dM}{dt} < 0 \end{array} \right\}$

Integration von  $t_0$  bis  $t$

$$\int_a^b \frac{1}{x} = \ln b - \ln a = \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$-\int_{m_r + m_b}^{m_r} \frac{dM}{M} = \frac{1}{v_{\text{rel}}} \cdot \int_{v_0}^{v_{\text{end}}} dv$$

Raketengleichung:

$$v_{\text{end}} = v_{\text{rel}} \cdot \ln \frac{m_r + m_b}{m_r} (+v_0)$$



Beispiele

a) Saturn V

Mondrakete

1968-1972: Apollo-Programm

9 Mondraketen von diesem Typ:

24 Personen → Mond

Treibstoff: Kerosin und  $lO_2$

$$v_{rel} = 3,1 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

liquid

$$m_r + m_b = 2450 t$$

$$m_b = 1700 t$$

Brenndauer: 100s

$$\Rightarrow v_{end} = 3700 \frac{m}{s}$$

Mit Gravitation:  $v'_{end} = v_{end} - gt$

$$\Rightarrow v'_{end} = 3700 \frac{m}{s} - 10 \frac{m}{s^2} \cdot 100s = 2700 \frac{m}{s}$$

⇒ Mehrstufenrakete

<  $11,2 \frac{km}{s}$  (Fluchtgeschw.)

reduziere  $m_r$  im Laufe des Fluges.

b) Reise zum nächsten Stern (α-Centauri)

4,3 Lichtjahre

Benötigte  $v_{end} \approx c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

Konventioneller Treibstoff:  $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$  (Kwallgas)

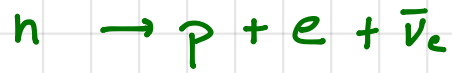
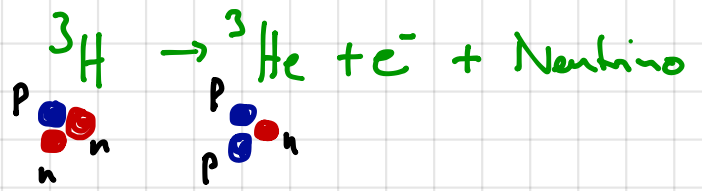
$$v_{rel} = 5 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

$$m_r = 100 t$$

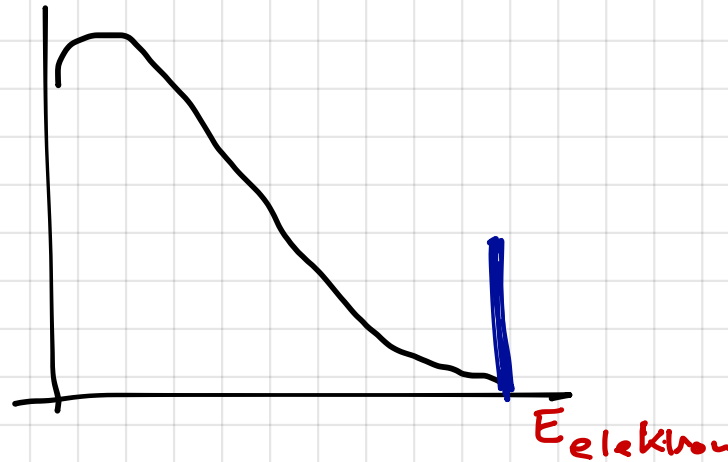
$$m_b = m_r \left( e^{\frac{v_{end}}{v_{rel}}} - 1 \right) \Rightarrow 10^{26088} t \quad \text{zu viel!}$$

# Anhang

# Diskussion $\beta$ -Zerfall



- Quantitatives Verständnis:  
Spez. Relativitätstheorie  $\& \Delta$   
Elektronenergie aus Massen-  
differenz von  $n$  und  $p$

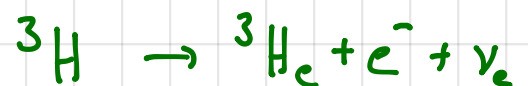


- Beobachtung Chadwick &  
Geiger (1914)
- Postulat W. Pauli (1930)

Energieerhaltung!  $\Rightarrow$  Zusätzliches Teilchen  $\Rightarrow$  Neutrino

- Direkter Nachweis (Cowan, Reines 1956)  
Nobelpreis 1995

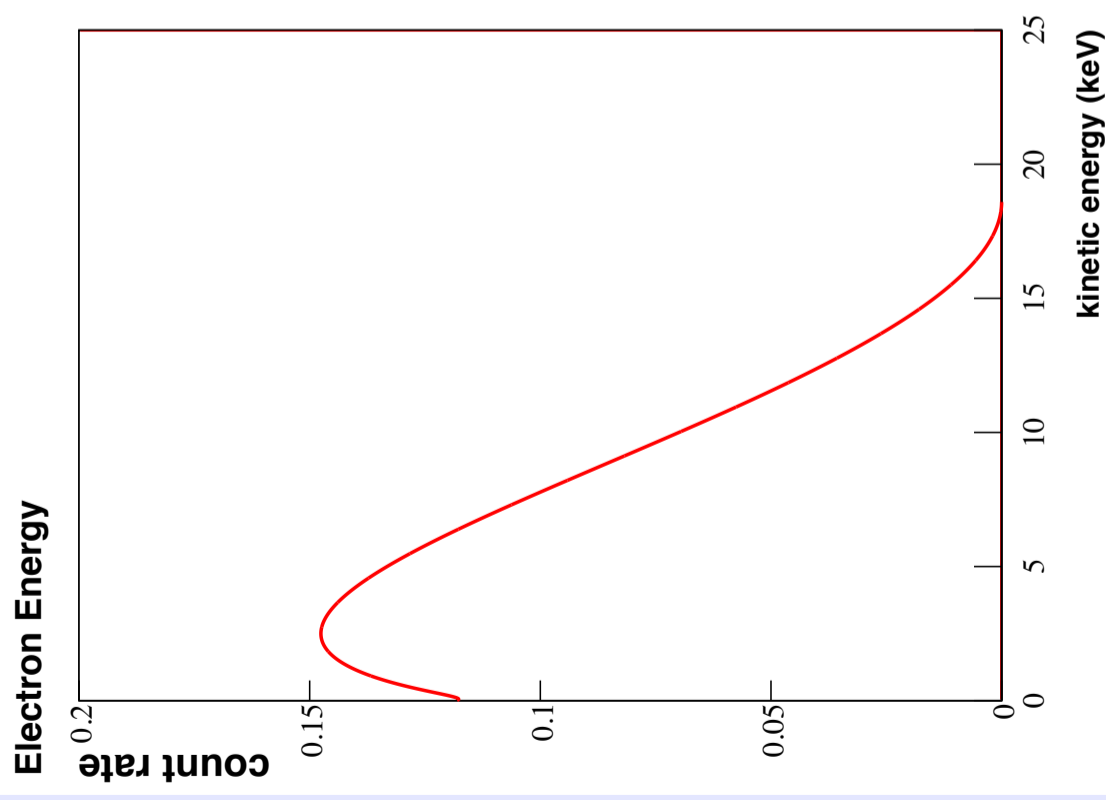
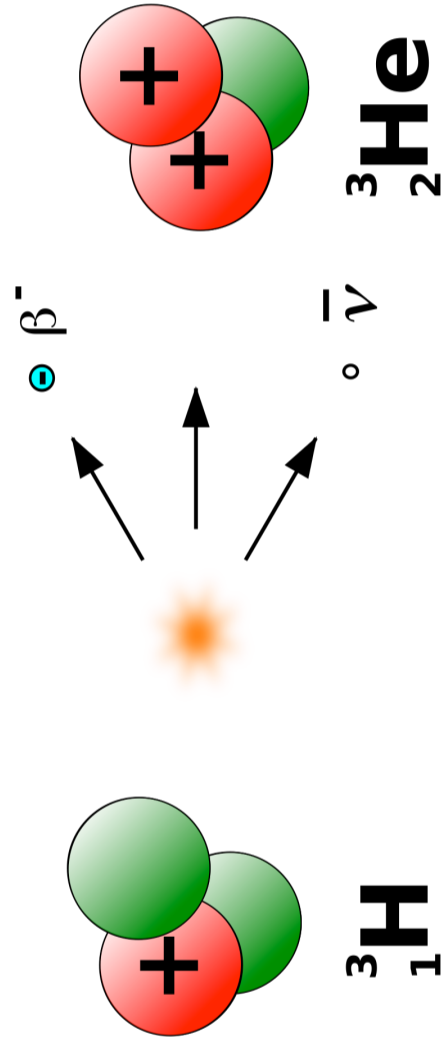
- Präzisionsmessung der Masse:



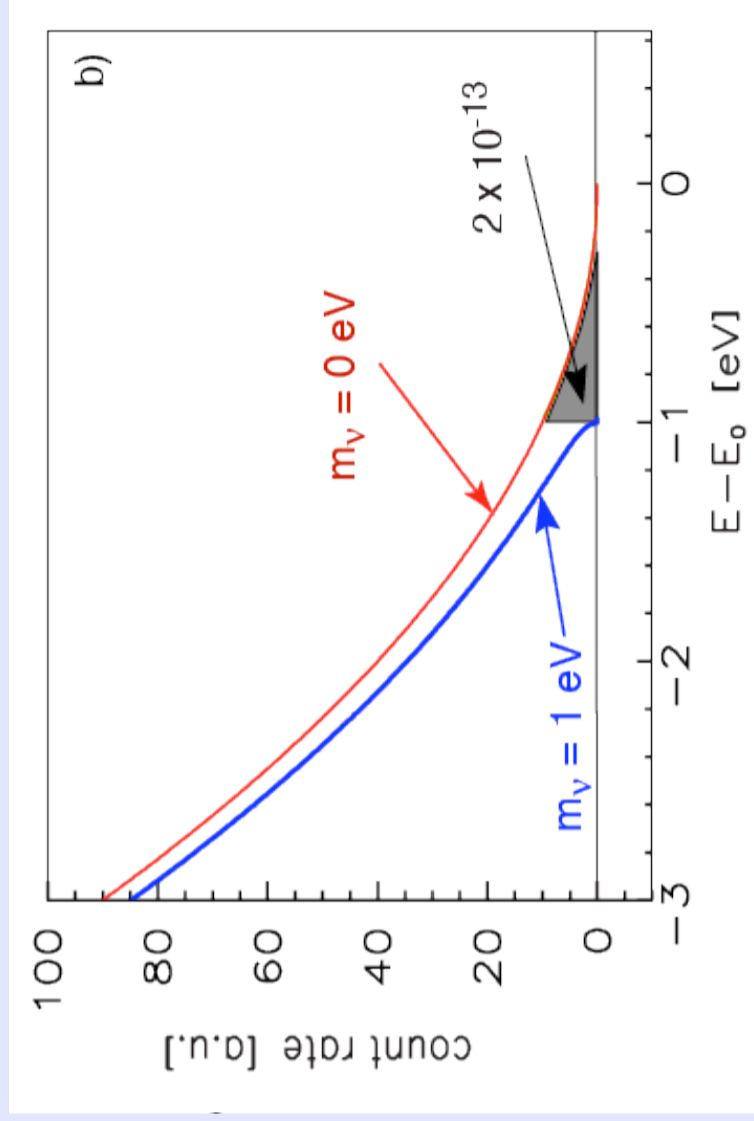
- bisher  $m_{\nu_e} < m_e < 2,2 \text{ eV}$

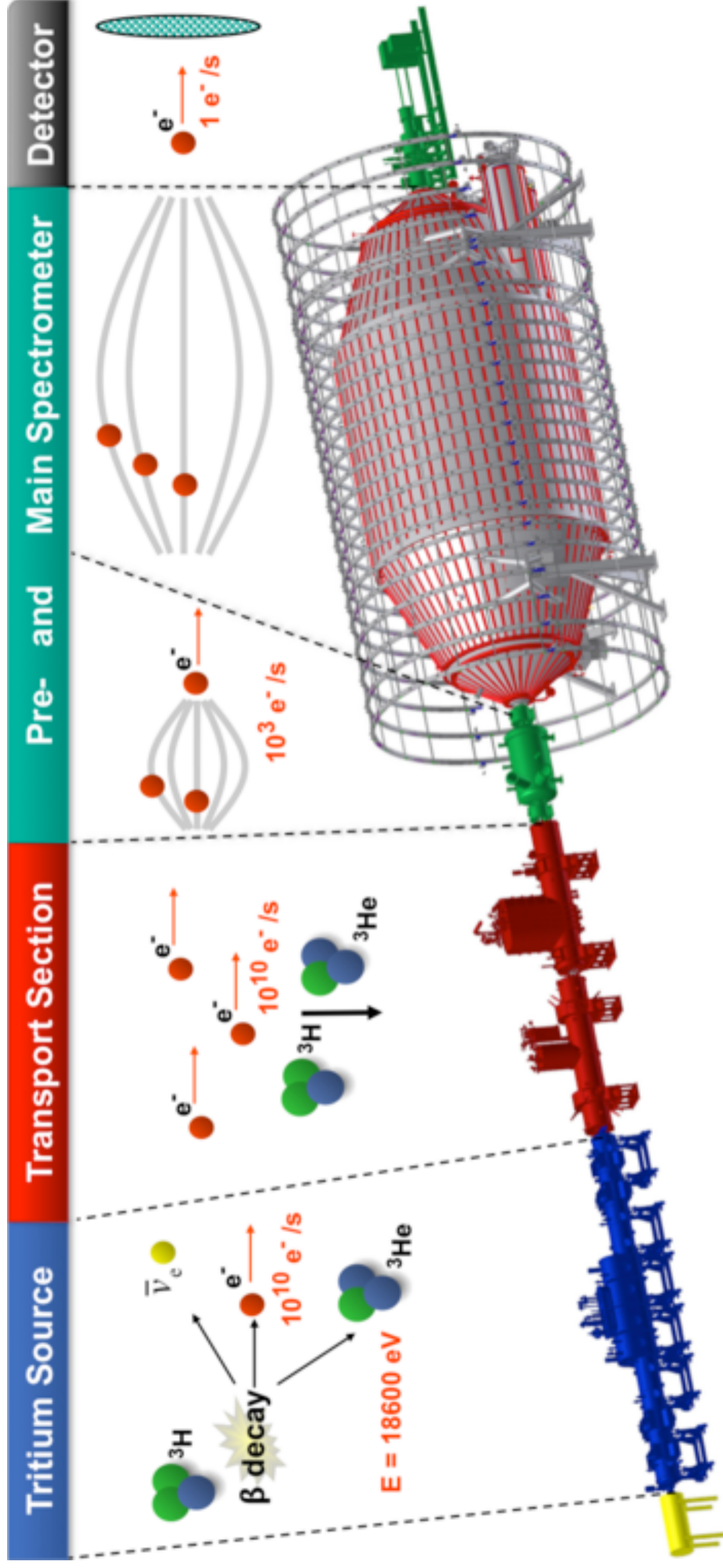
- KATRIN-Experiment KIT Campus Nord Sensitivität bis  
 $m_{\nu_e} < 0,2 \text{ eV}$

# $\beta$ -Zerfall



Zoom in on the endpoint...





Tritium decays, releasing an electron and an anti-electron-neutrino. While the neutrino escapes undetected, the electron starts its journey to the detector.

Electrons are guided towards the spectrometer by magnetic fields. Tritium has to be pumped out to provide tritium free spectrometers.

The electron energy is analyzed by applying an electrostatic retarding potential. Electrons are only transmitted if their kinetic energy is sufficiently high.

At the end of their journey, the electrons are counted at the detector. Their rate varies with the spectrometer potential and hence gives an integrated  $\beta$ -spectrum.

Sensitivitat:  $m\bar{\nu}_e < 0.2 \text{ eV } c^{-2} \text{ (90\% C.I.)}$

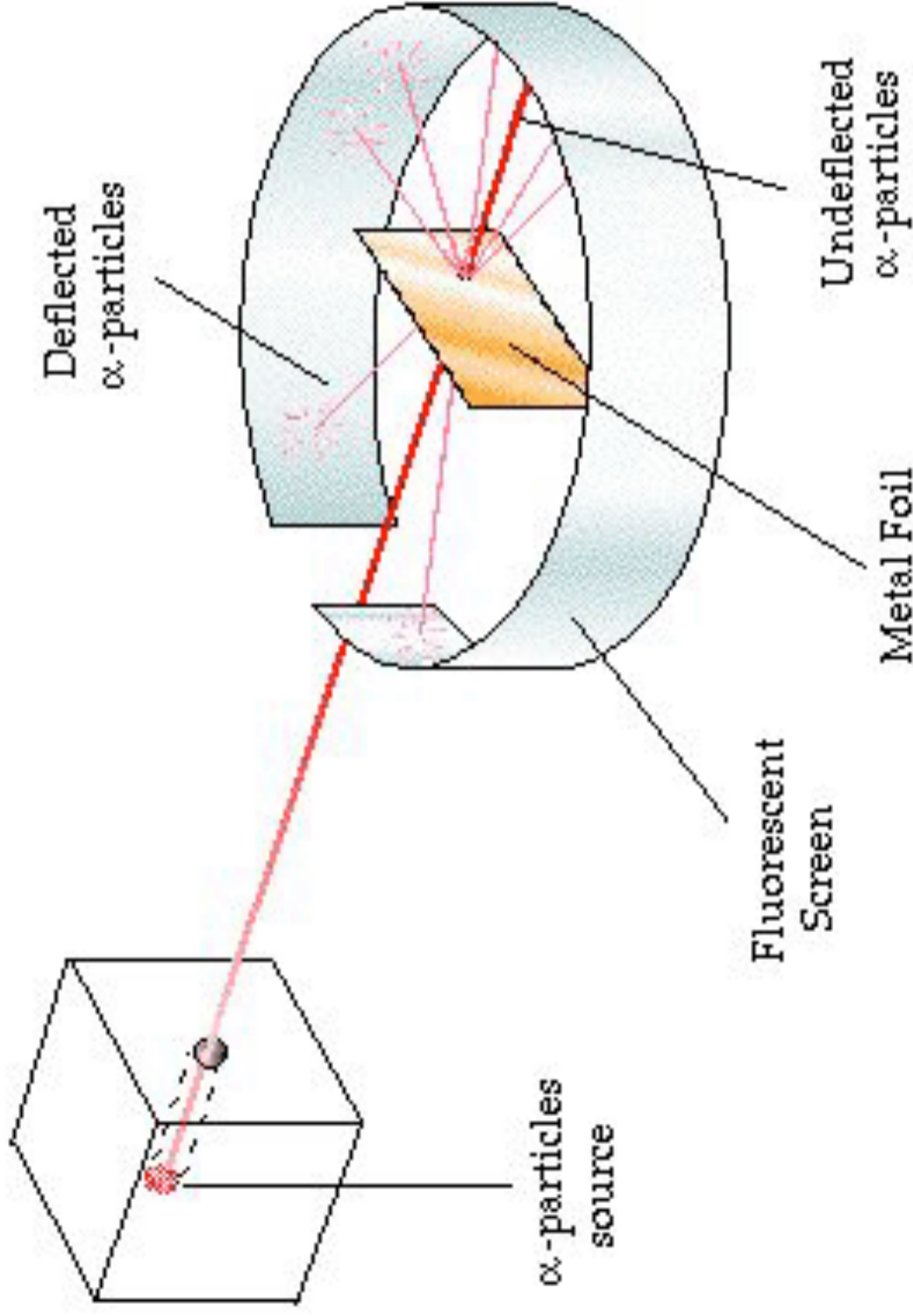
Geplanter Start der Datennahme mit  $^3\text{H}$ : Herbst 2017

# Transport des Katrin-Spektrometers zum KIT CN

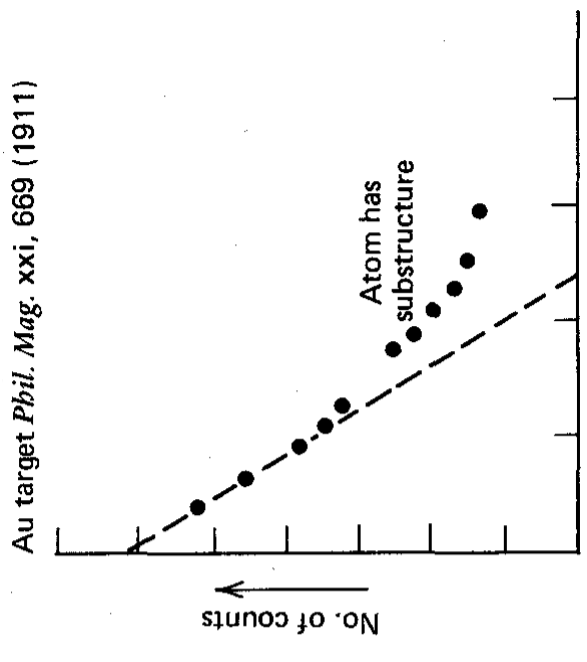


# Streu-Experimente zur Erforschung der Struktur der Materie

- Messung der Streuung von  $\alpha$ -Teilchen an Goldfolie
- Verteilung gibt Rückschluss auf Ausdehnung der Atomkerne

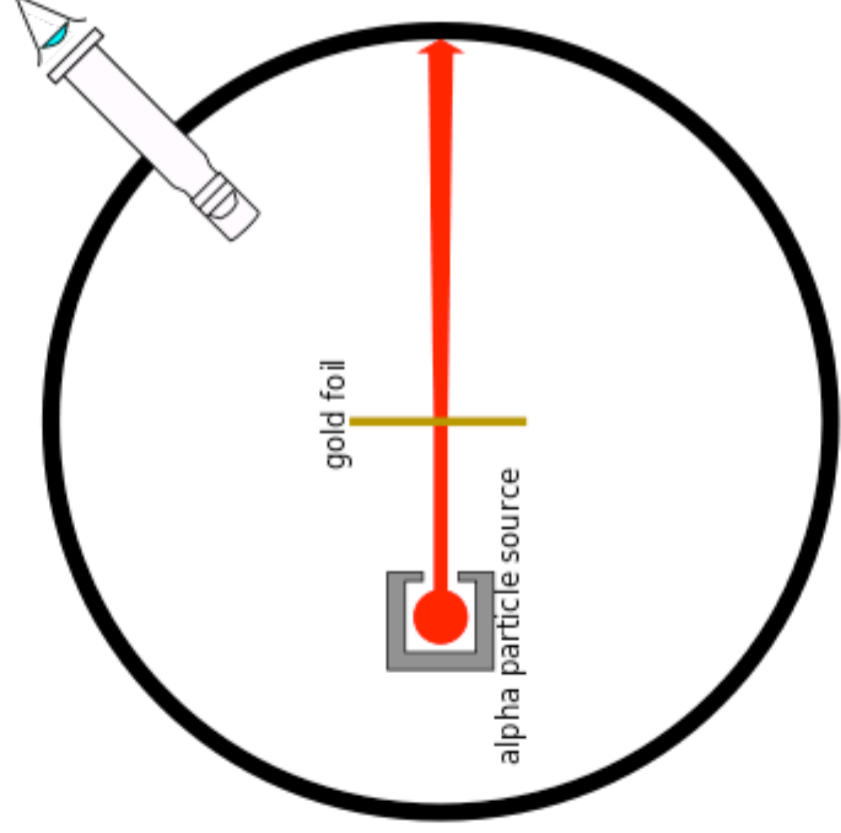
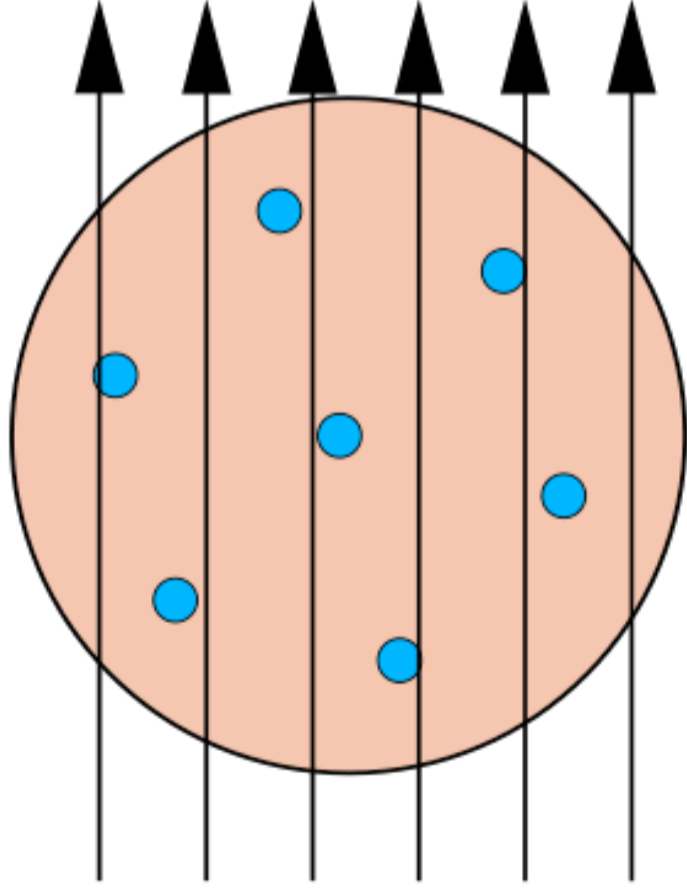


**Geiger-Marsden-Rutherford 1908**

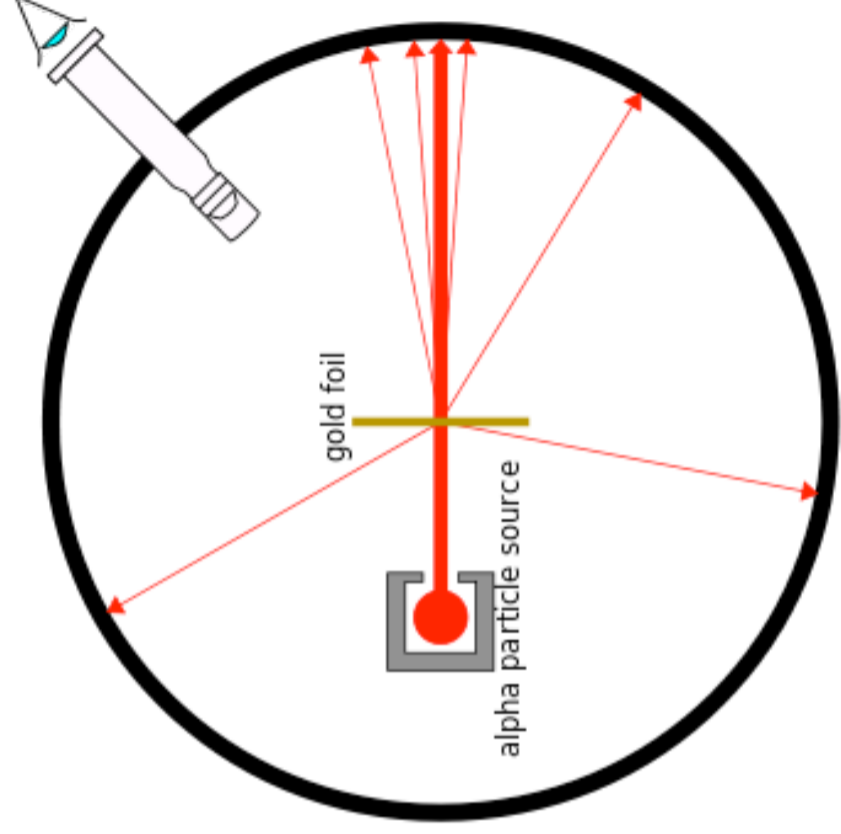
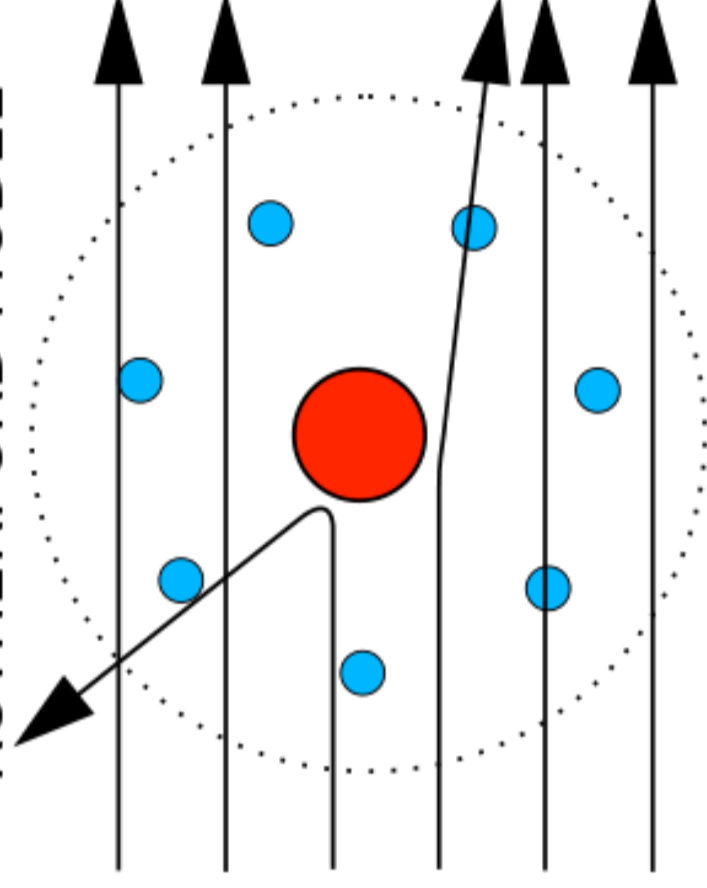


**1. Semester**

THOMSON MODEL



RUTHERFORD MODEL



OBSERVED RESULT