

Experimentelle Physik I

WS 16/17

Veranstaltung 4010011

<https://campus.studium.kit.edu/event/H7Ke2neVDU6OCiWVculqYw>

PD Dr. Andreas B. Meyer (KIT und DESY)

14. Vorlesung: 2.5 Rotation massiver Objekte (3)

Zusammenfassung

2.5. Rotation

- Massenträgheitsmoment : $J = \sum_i m_i r_i^2$ oder $\int r_{\perp}^2 \rho dV$

- Satz von Steiner $J_{\text{ges}} = J_{\text{cm}} + M r_1^2$

- J hängt von Drehachse ab

- Rotationsenergie $E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} J \omega^2$

- Drehmoment $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
 $= J \cdot \vec{\alpha}$ ← Winkelbeschleunigung

- Drehimpuls $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
 $= J \cdot \vec{\omega}$

$N_1, N_2 \Rightarrow \vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ und Gesamtdrehimpuls-erhaltung

Bewegungen starrer Körper : Zerlegung in Translation des CM und Rotation um CM

2.5.3. Experimente u. Beispiele

- $\tau = D \cdot \vartheta = J \frac{d^2 \vartheta}{dt^2}$

DAL 2. Ordnung

- Drehschwingung
- Energieerhaltung
- Jojo
- Kegeln

HEUTE:

2.5.4. Rotierende Bezugssysteme

- Zentripetalkraft
- Corioliskraft

NÄCHSTES MAL:

2.5.5. Rotation um freie Achsen

- Kreisbewegungen
 - Präzession
 - Trägheits tensor
 - Nutation

Mathematisches Einschieb

Vektorprodukt

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y, a_z b_x - a_x b_z, a_x b_y - a_y b_x)$$

$$\bullet \vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} \Rightarrow \vec{c} \perp \vec{b}, \vec{a}$$

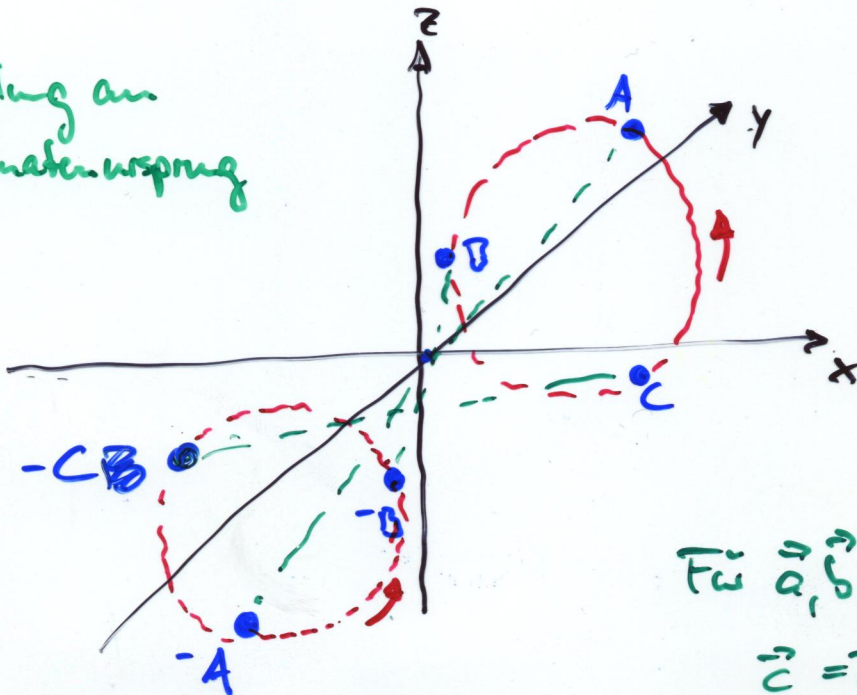
$$\bullet |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\angle \vec{a}, \vec{b})$$

$$\bullet \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c} \quad \text{Grassmann-Identität}$$

Polare Vektoren:

$$\vec{r} = (x, y, z) \rightarrow -\vec{r} = (-x, -y, -z)$$

Spiegelung an
Koordinatenursprung



Für \vec{a}, \vec{b} polar \Rightarrow
 $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ ist axial

Axiale Vektoren:

$$\vec{w} \rightarrow \vec{w}$$

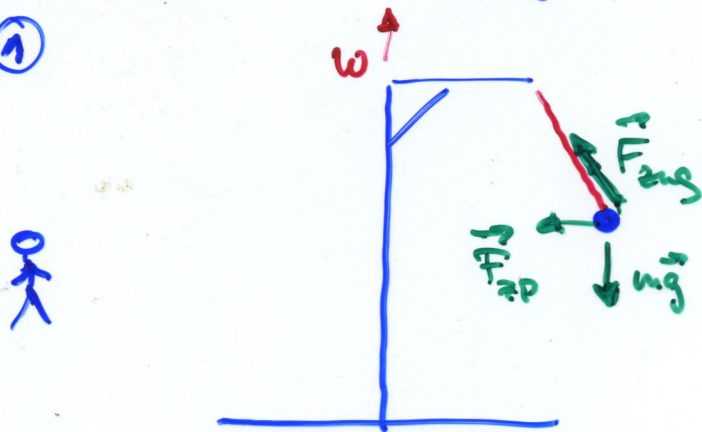
Drehung ändert in
Spiegel nicht die
Richtung

-4-

2.5.4 Rotierende Bezugssysteme

a) Zentripetal- / Zentrifugalkraft

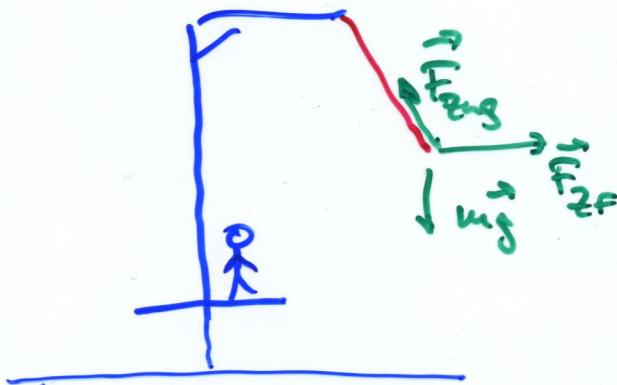
①



$$\vec{F}_{ZP} = m \cdot \vec{a}_{ZP} = \vec{F}_{Zug} + m\vec{g}$$

Zentripetalkraft

②



$$\vec{F}_{Zug} + m\vec{g} = -\vec{F}_{ZF}$$

Zentrifugalkraft

Zentrifugalkraft ist eine Trägheitskraft

Definition: Inertialsystem

Bezugssystem, in dem sich kräftefreie Körper geradlinig und gleichförmig bewegen

Beschleunigte Bezugssysteme sind keine Inertialsysteme ← wie z.B. ②
 Erdoberfläche? → kein (perfektes) Inertialsystem

b) Corioliskraft

①



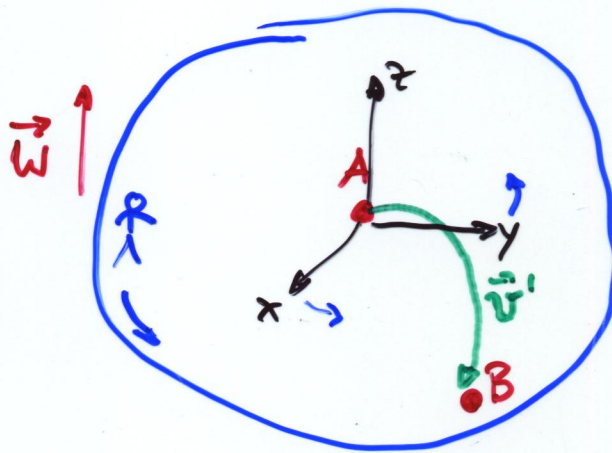
S: Inertialsystem



②

$\vec{\omega}_{\text{Beob.}}$ in z-Richtung

S'



$$\vec{F}_c = 2m (\vec{v}' \times \vec{\omega})$$

Corioliskraft

Beispiel $\vec{v}' = (0, v_y', 0)$
 $\vec{\omega} = (0, 0, \omega)$

$$\vec{F}_c = (2m v_y' \cdot \omega, 0, 0)$$

Herleitung

$$\vec{v} = \vec{v}' + (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$= \vec{a}' + \vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{v}$$

→ Nebenrechnung

⇒

$$\vec{a}' = \vec{a} + 2(\vec{v}' \times \vec{\omega}) + \vec{\omega} \times (\vec{r} \times \vec{\omega})$$

Corioliskraft

$(\vec{\omega}\vec{\omega})\vec{r} - (\vec{\omega}\vec{r})\vec{\omega}$
Zentrifugal $\neq 0$

Nebenrechnung

$$\frac{d\vec{v}'}{dt} = \vec{a}' + \vec{\omega} \times \vec{v}'$$

$$\vec{v}' = v'_x \vec{e}_x' + v'_y \vec{e}_y' + v'_z \vec{e}_z'$$

zeitl. nicht -

Konstante Einheits-
vektoren

$$\frac{d\vec{v}'}{dt} = \underbrace{\left(\vec{e}_x' \frac{dv'_x}{dt} + \vec{e}_y' \frac{dv'_y}{dt} + \vec{e}_z' \frac{dv'_z}{dt} \right)}_{\vec{a}'}$$

Produktregel

$$\underbrace{\left(\frac{d\vec{e}_x'}{dt} v'_x + \frac{d\vec{e}_y'}{dt} v'_y + \frac{d\vec{e}_z'}{dt} v'_z \right)}_{\vec{\omega} \times \vec{v}'}$$

Endpunkte der $\vec{e}_x', \vec{e}_y', \vec{e}_z'$ rotieren mit $\vec{\omega}$

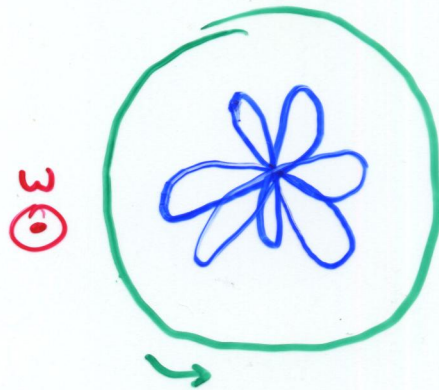
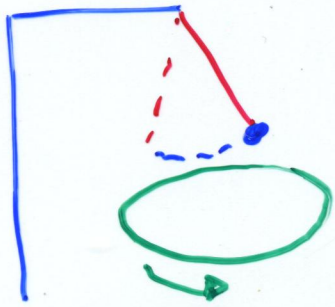
$$\Rightarrow \boxed{\frac{d\vec{e}_x'}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{e}_x'} \dots$$

$$\text{vgl. } \frac{d\vec{r}'}{dt} = \vec{v}' = \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

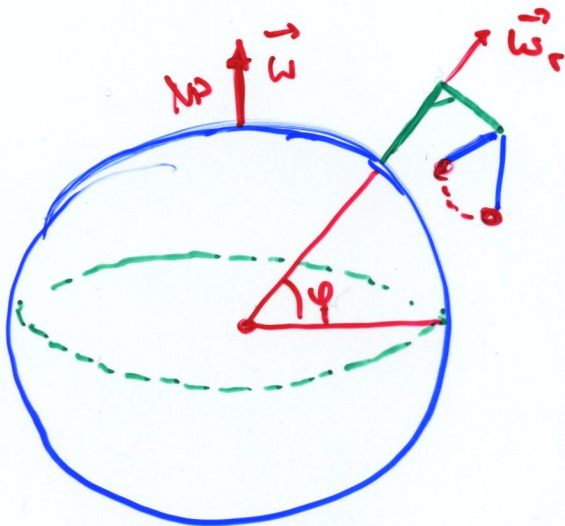
Drehtisch

a) Ball auf Nadel

b) Bahn eines Partikels auf rotierender Scheibe



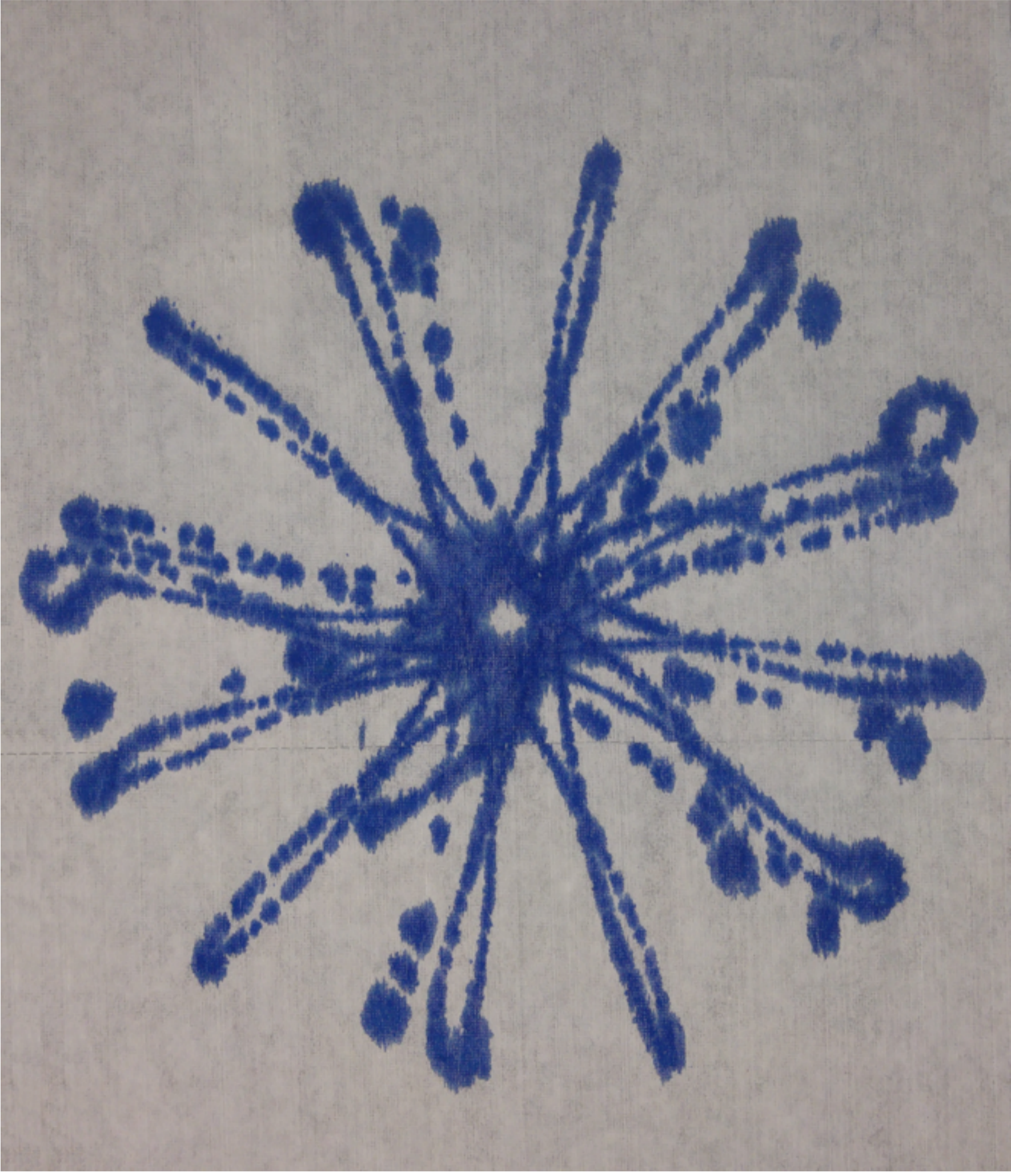
Foucaultsches Pendel

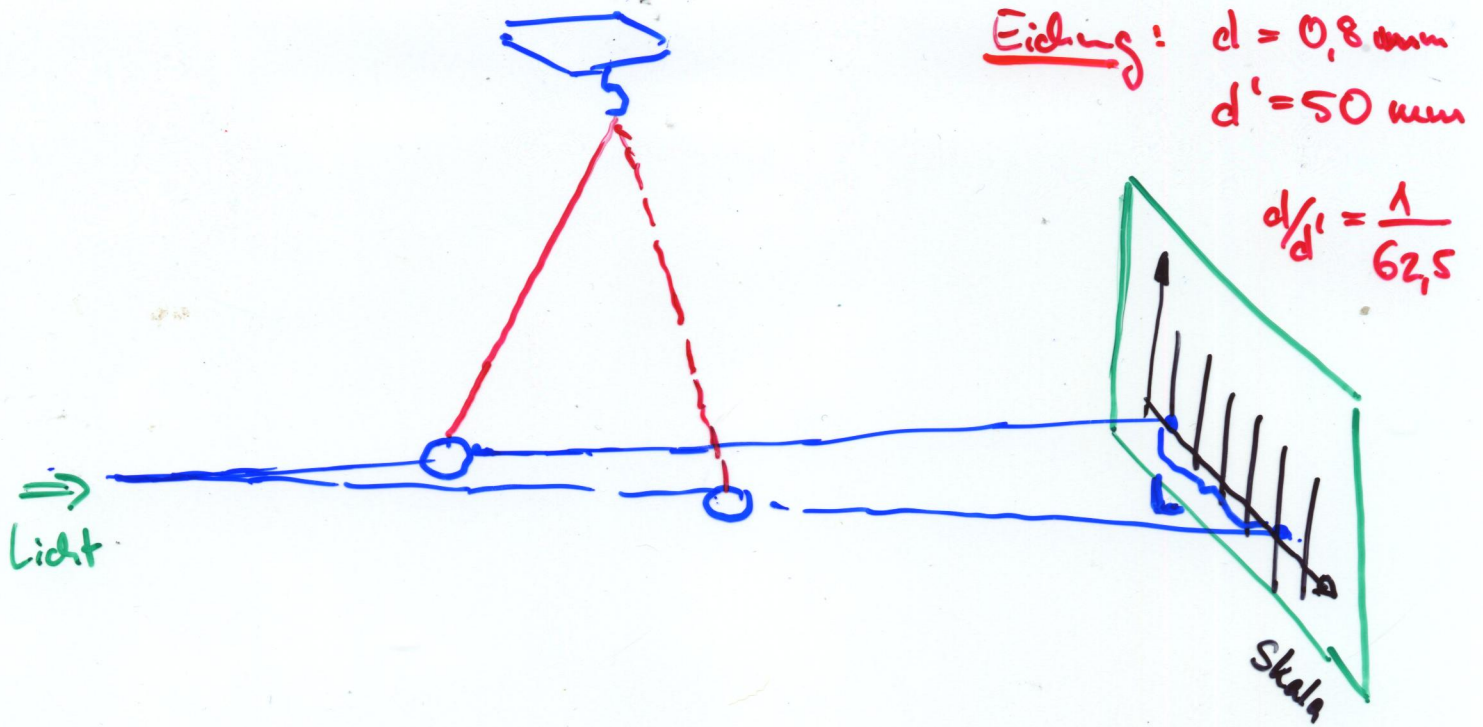


Breitengrad φ :

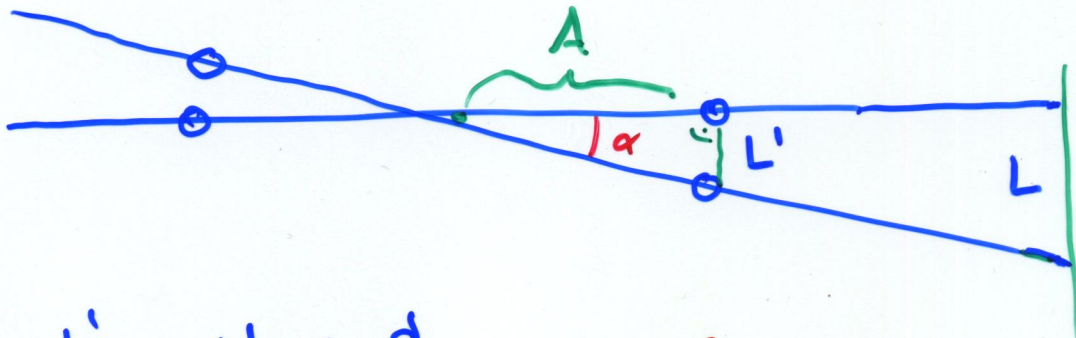
$$\omega_r = \omega_{NP} \cdot \sin \varphi$$

Tintenspur: Pendel am Drehtisch





Von oben



$\alpha(t)$

$$\tan \alpha = \frac{L'}{A} \quad L' = L \cdot \frac{d}{d'}$$

$$\tan \alpha \approx \alpha = \frac{L \cdot d}{A \cdot d'}$$

$$L = 8 \text{ cm}$$

$$A = 50 \text{ cm}$$

$$\frac{d}{d'} = \frac{1}{62,5}$$

$$\alpha = 0,146^\circ$$

$$\omega_r = \frac{\alpha}{T} \Rightarrow \frac{0,146^\circ}{47 \text{ s}} \left(\frac{86400 \text{ s}}{1 \text{ d}} \right) = 269^\circ/\text{d}$$

$$\sin \varphi = \frac{\omega_r}{\omega_{\text{WP}}}$$

$$\Rightarrow \varphi = \arcsin \left(\frac{269^\circ/\text{d}}{360^\circ/\text{d}} \right)$$

$$\varphi = 48,5^\circ$$

Diskussion

- Corioliskraft ist "Scheinkraft" oder Trägheitskraft, die durch Beschleunigung des Bezugssystem entsteht.

- Erde ist kein (perfektes) Inertialsystem.

Allerdings ist die Winkelgeschwindigkeit klein $\omega = \frac{2\pi}{1d} = 7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

- Weiteres Beispiel: Hoch- und Tiefdruckgebiete

Wind wird auf Nordhalbkugel nach rechts abgelenkt,



bis der Druckgradient (=kraft)
die Luft in eine Spirale zieht.

Satellitenfilm Oktober 2016, Deutscher Wetterdienst
<https://www.youtube.com/watch?v=54mCymkeR4c>

