Experimentelle Physik I
WS 16/17

Veranstaltung 4010011
https://campus.studium.kit.edu/event/H7Ke2neVDU6OCIWVcuIqYw

PD Dr. Andreas B. Meyer (KIT und DESY)

18. Vorlesung: 4.1 Relativistische Mechanik (1)

Karlsruher Institut für Technologie

20. Dezember 2016

Zusammenfassung

3 Gravitation

3.4 Keplersche Gesetze

- Ges. des Orbits: Planeten auf Ellipsenbahnen
  Allg. Lösungen entsprechen Kegelschnitten

- Flächengesetz $\frac{dA}{dt} = const$ Drehimpulserh.

- Periodengesetz $\frac{T^2}{a^3} = const$ T: Umlaufzeit
  a: große Halbachse

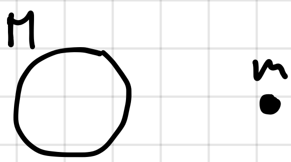
Beispiel: geostationärer Orbit von Satelliten

$$r = \sqrt[3]{\frac{G m_E}{4\pi^2} \cdot T^2}$$

Präzise Bestimmung von $G \cdot m_E$

$\frac{\delta_{G \cdot m_E}}{G m_E} \sim 10^{-9}$

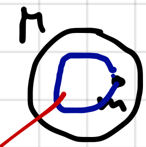
3.5 Gravitation in Masseverteilungen

Hohlkugel 

$F \propto \frac{Mm}{r^2}$ genau wie für punktförmige Masse M (unabh. von Schalendicke)

Hohlkugel 

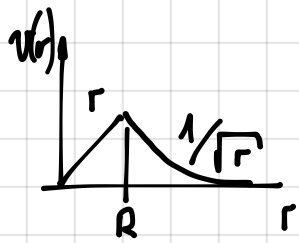
$F = 0$

Vollkugel 

M_r

$F \propto r$

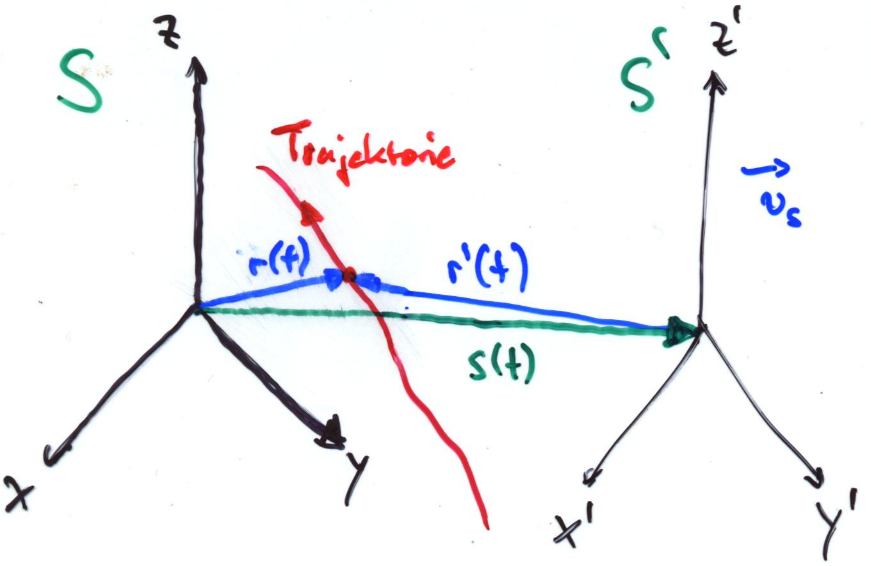
$v \propto r$ $\left(\text{da } r \propto \frac{v^2}{r}\right)$



20.12.2016

4. Relativistische Mechanik

4.1. Bewegte Bezugssysteme



S' gleichförmig bewegt zu S (mit v_s)

$$\vec{s}(t) = \vec{s}_0 + v_s \cdot t$$

$$\vec{r}'(t) = \vec{r}(t) - \vec{s}(t)$$

Galilei-Transformation

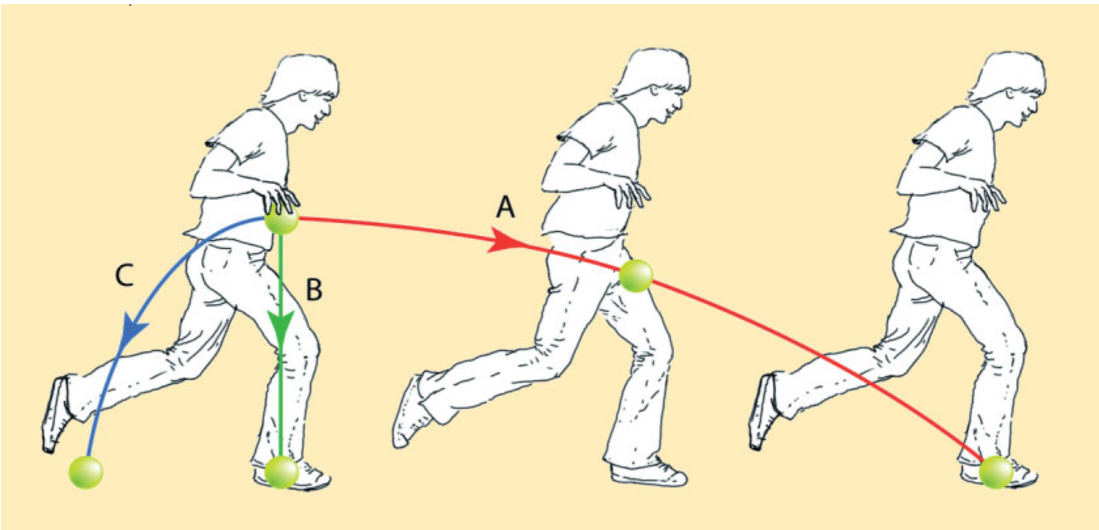
Erinnerung: Trägheitsgesetz $\sum_i \vec{F}_i = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0$ definiert Inertialsystem

Relativitätsprinzip:

- Physikal. Gesetze sind in allen Inertialsystemen gleich
- SRT: Lichtgeschw. ist in allen Bezugssystemen gleich

- klassisch (Newton)
- speziell (SRT)
- allgemein (ART)

Welchen Weg nimmt der Ball ?



http://pingo.upb.de/493900

Welchen Weg nimmt der Ball ? 493900

currently connected: ca. 2

Welchen Weg nimmt der Ball ?

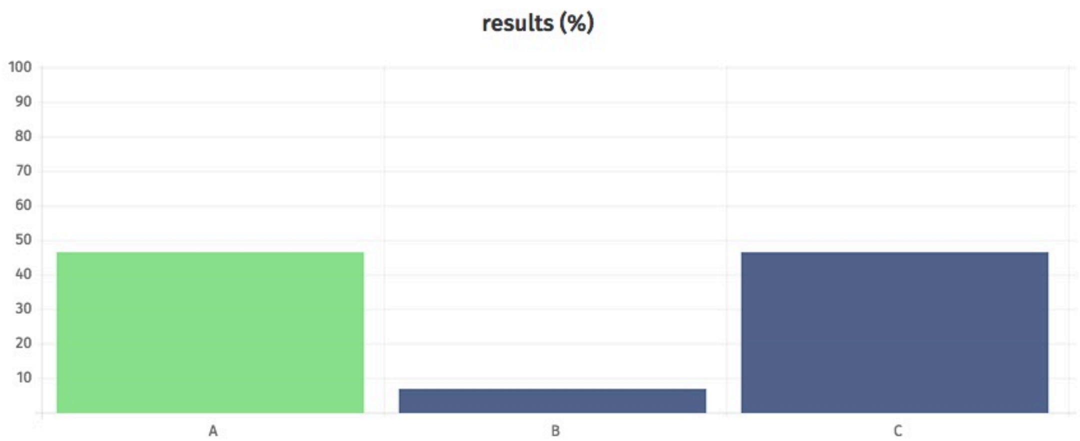
participants: **159**

Options:

74 47% A

11 7% B

74 47% C



Highlight correct answers

Erstes bekanntes Großforschungsprojekt der Geschichte:

Freier Fall in schnell bewegtem Bezugssystem (franz. Militär-Galeere mit ~100 Ruderern)

vorgeschlagen: 1632 von G. Galilei

durchgeführt: 1640 von P. Gassendi et al

vergl. I. Newton: 1643-1726

=> Widerlegung der Aristotelischen Bewegungslehre (Medium oder "Äther") und Durchbruch für das (bis dahin umstrittene) Trägheitsprinzip

Nachzulesen z.B. in: M. Risch, in "Physik in Unserer Zeit" 38 (5) (2007) 249

Erstes bekanntes Großforschungsprojekt der Geschichte:

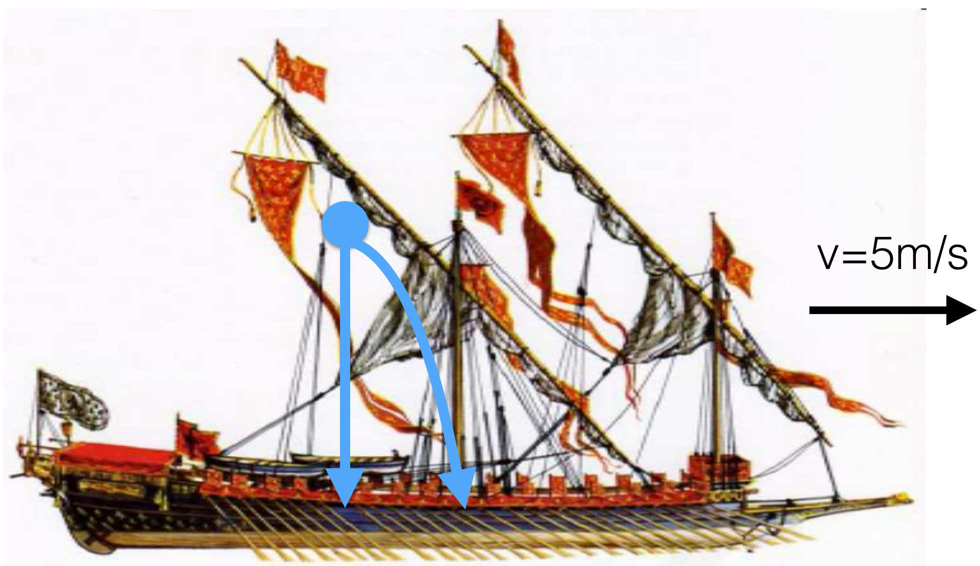
Freier Fall in schnell bewegtem Bezugssystem (franz. Militär-Galeere mit ~100 Ruderern)

vorgeschlagen: 1632 von G. Galilei

durchgeführt: 1640 von P. Gassendi et al

vergl. I. Newton: 1643-1726

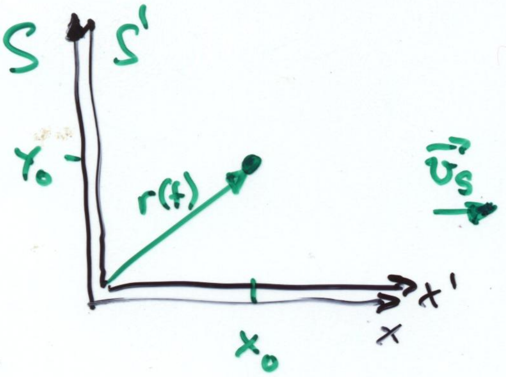
=> Widerlegung der Aristotelischen Bewegungslehre (Medium oder "Äther") und Durchbruch für das (bis dahin umstrittene) Trägheitsprinzip



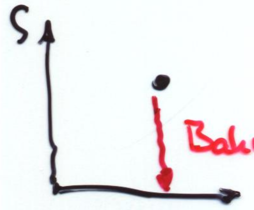
Nachzulesen z.B. in: M. Risch, in "Physik in Unserer Zeit" 38 (5) (2007) 249

Beispiele

a) fallender Gegenstand

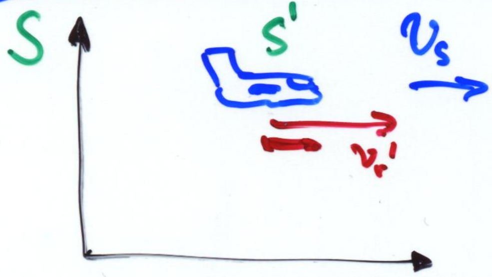


$$S: \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 - \frac{1}{2} g t^2 \end{pmatrix}$$



$$S': \vec{r}'(t) = \vec{r}(t) - \vec{v}_S \cdot t = \begin{pmatrix} x_0 - v_S t \\ y_0 - \frac{1}{2} g t^2 \end{pmatrix}$$

b) Addition von Geschwindigkeiten

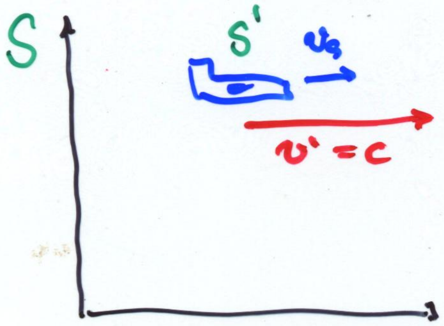


$$S': \vec{r}_r'(t) = \begin{pmatrix} v_r' \cdot t \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{v}_r' = \begin{pmatrix} v_r' \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$S: \vec{r}_r(t) = \vec{r}_r'(t) + \vec{v}_S \cdot t \qquad \vec{v}_r = \begin{pmatrix} v_r' + v_S \\ 0 \end{pmatrix}$$

Galilei-Transf. : <u>Lineare</u> Addition von Geschw.

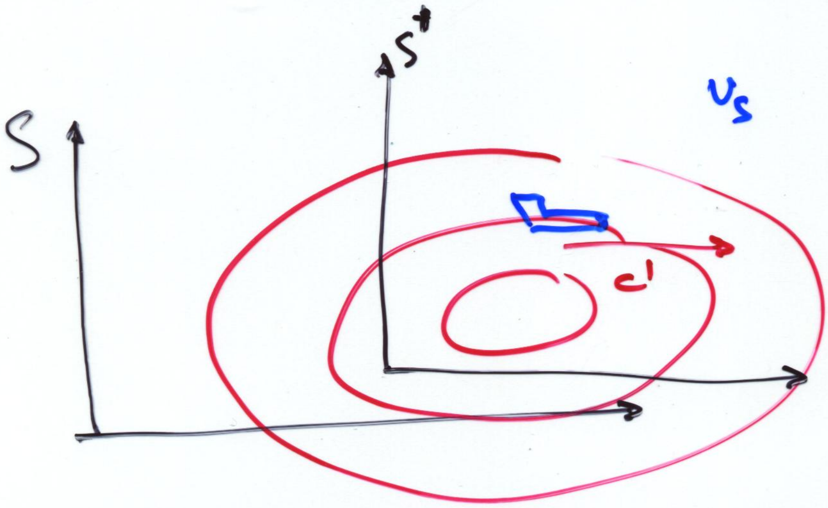
c) Grenzfall: Aussenden eines Lichtstrahls



$v = v_s + c$? Nein!

$\underline{\underline{v' = v = c}}$ Beobachtung!

Überlegung: Äther für Licht? Könnte c = endlich erklären
(vergl. Wasserwellen oder Schallwellen)

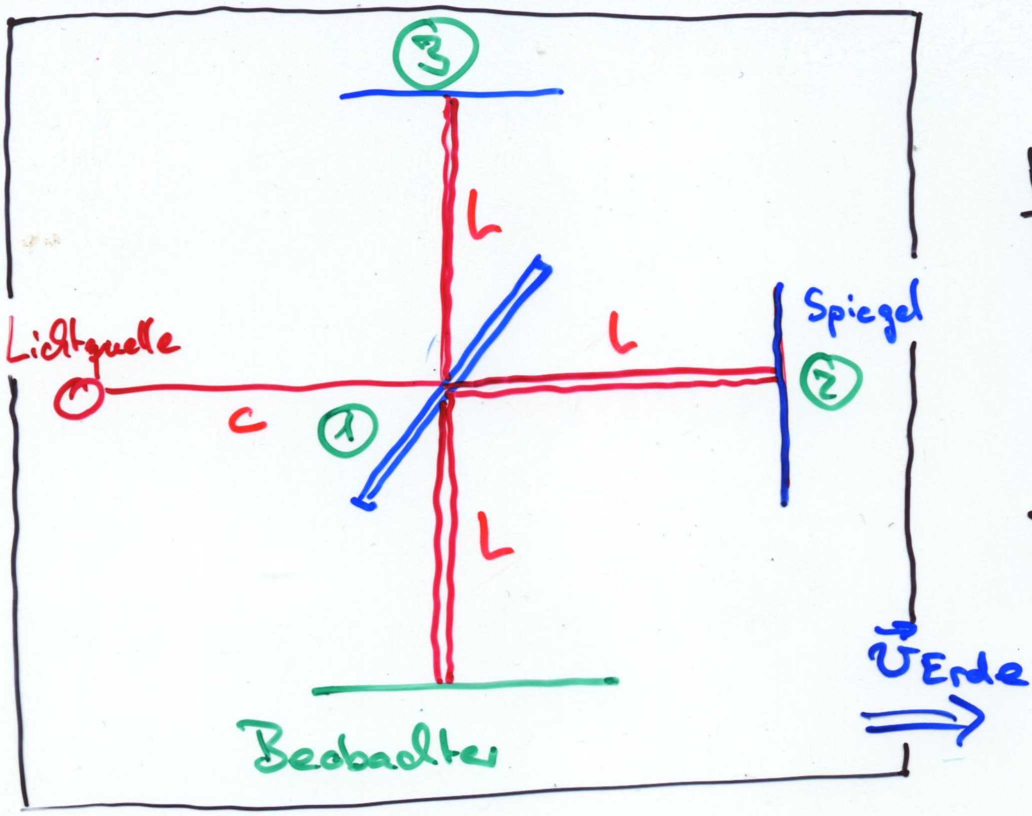


$$c' = c - v_s$$
$$< c$$

Dann wäre Bezugssystem S (in dem der Äther ruht) ausgezeichnet.

Experiment von Michelson und Morley

1881 – 1887



Vergleich:
Messungen mit $\vec{v}_{Erde}$ in versch. Orientierungen

Befund:

$$\Delta t = 0$$

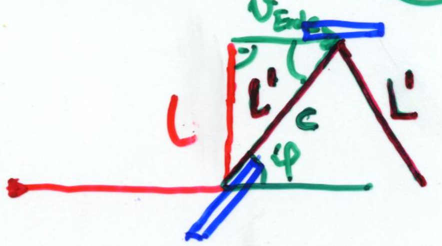
⇒ kein Äther

Laufzeit des Lichtes

- Horizontal: 1 – 2 – 1

$$t_a = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} = \frac{2L}{c} \cdot \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

- Vertikal: 1 – 3 – 1



$$\cos\varphi = \frac{v}{c}$$

$$\sin\varphi = \frac{L}{L'}$$

$$t_b = \frac{2L}{c \cdot \sin\varphi} = \frac{2L}{c \cdot \sqrt{1-\cos^2\varphi}} = \frac{2L}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t = t_a - t_b = \frac{2L}{c}\left(\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) \neq 0$$

falls Äther

4.2. Relativistische Kinematik

Spezielles Relativitätsprinzip

① Alle Inertialsysteme sind gleichwertig
(Alle Naturgesetze gelten in gleicher Weise)

wie schon bei Newton

② In jedem Inertialsystem ist die Lichtgeschwindigkeit (im Vakuum) gleich.

Neu in SRT!

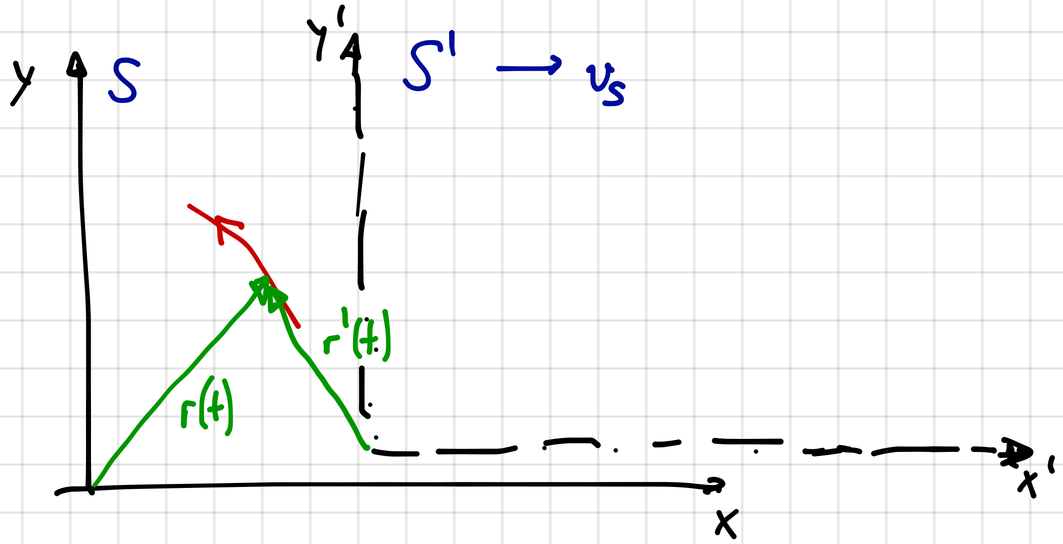
- Es gibt keinen Äther

- Es gibt keine absolute Zeit

$$\text{in } S: \quad \frac{\Delta x}{\Delta t} = c$$

$$\text{in } S': \quad \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = c$$

4.2.1 Lorentztransformation



Galilei-Transformation (1D)

$$x' = x - v_s \cdot t$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = t$$
$$\frac{dx'}{dt'} = v'(t) = \frac{dx}{dt} - v_s = v(t) - v_s$$

Lorentz-Transformation (1D)

$$x' = (x - v_s \cdot t) \cdot \gamma$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = \left(t - \frac{v_s}{c^2} x\right) \cdot \gamma$$

"Lorentzfaktor γ"

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_s^2}{c^2}}} \quad (\text{d.h. } \gamma \geq 1)$$

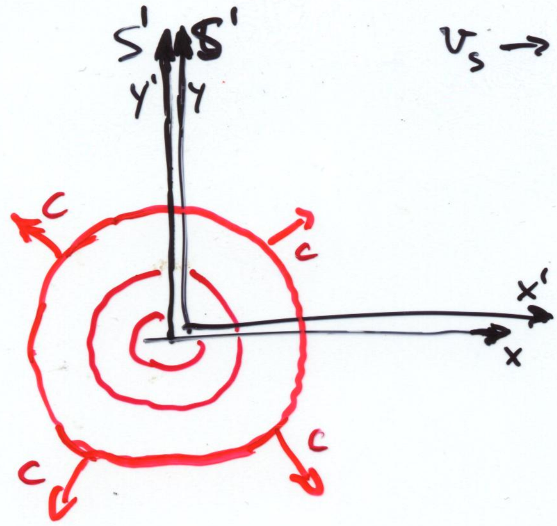
$\gamma = 1$ Newtonsche Mechanik

(denn ist $v = 0$ und $t' = t$)

Allgemeiner (3D):

$$\vec{r}\,' = \vec{r} + \vec{v} \cdot \left(\frac{\vec{v} \cdot \vec{r}}{r^2} \cdot (\gamma - 1) - \gamma \cdot t \right)$$
$$t' = \left(t - \frac{\vec{v} \cdot \vec{r}}{c^2} \right) \cdot \gamma$$

Beispiel: Lichtwelle in verschiedenen Bezugssystemen



$$S(t=0) = S'(t'=0)$$

Wenn c gleich in S und S', dann bleiben S und S' beide im Zentrum der Welle!

Lorentz-Transformation

Zu zeigen: $r(t) = c \cdot t \xrightarrow{L.T.} r'(t') = c \cdot t'$

$$r^2(t) = x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

$$r'^2(t') = x'^2 + y'^2 + z'^2 =$$

$$= \gamma^2 x^2 - \gamma^2 \cdot 2xv \cdot t + \gamma^2 v^2 t^2 + \overbrace{y^2 + z^2}^{c^2t^2 - x^2}$$

$$= (\gamma^2 - 1)\, x^2 - \gamma^2 \cdot 2xv \cdot t + (\gamma^2 v^2 + c^2)\, t^2$$

$$= c^2 \left(\gamma^2 t^2 - \gamma^2 2t \frac{vx}{c^2} + \gamma^2 \frac{v^2 x^2}{c^4} \right)$$

$$= c^2 \left(\gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \right)^2 = c^2 t'^2$$

q.e.d.

Gezeigt: Lorentztransformation liefert:

- $r'(t')$, sodaß c in beiden Bezugssystemen gleich.
- $c^2t^2 - x^2 = c^2t'^2 - x'^2$ Lorentzinvariant
- $t \neq t'$ Zeit ist weitere Dimension, abh. vom Bez.-Syst.