# Experimentelle Physik I
## WS 16/17

Veranstaltung 4010011
https://campus.studium.kit.edu/event/H7Ke2neVDU6OCIWVculqYw

PD Dr. Andreas B. Meyer (KIT und DESY)

**22. Vorlesung: 5.1. Mechanik fester Körper und Flüssigkeiten (1)**

Karlsruher Institut für Technologie

17. Januar 2017

# Zusammenfassung

## 4.3. Relativistische Dynamik

Masse : $m = \gamma \cdot m_0$

Impuls : $p = m \cdot v = \gamma m_0 v = m(v) \cdot v$

Energie : $E = \gamma m_0 c^2 = m c^2 = E_{KIN} + m_0 c^2$

- Klassischer Grenzfall $v \ll c$ : Newton ✓
- Umwandlung kinetischer Energie in Masse
- Relativistische Energie-Impuls-Masse Relation :

$$m_0^2 c^4 = E^2 - p^2 c^2$$ Lorentzinvariant

- 4-Vektoren

$$X = X_\mu = (x_0, \vec{x}) = (x_0, x_1, x_2, x_3) \quad \text{mit } x_0 = ct$$

$$X^2 = c^2 t^2 - \vec{x}^2 = c^2 t'^2 - \vec{x}'^2$$ Lorentzinvariant

Minkowski-Metrik

$$P_\mu = \left(\frac{E}{c}, \vec{p}\right)$$

$$P^2 = \frac{E^2}{c^2} - |\vec{p}|^2 = m_0^2$$ Lorentzinvariant

Minkowski-Metrik

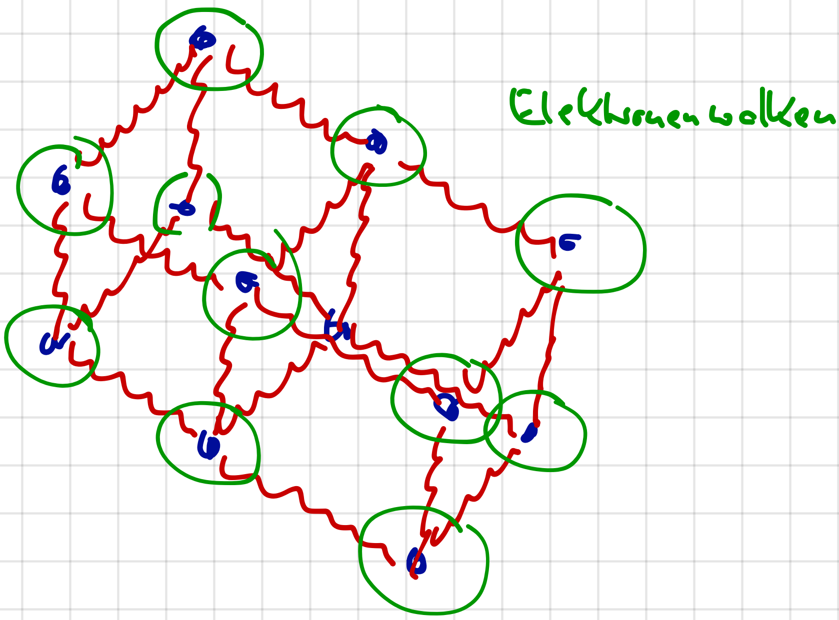
# 5. Mechanik fester Körper und Flüssigkeiten

## 5.1. Elastische Verformung fester Körper

Materie, in der interatomare Kräfte zu stabilen Anordnungen von Atomen führen.

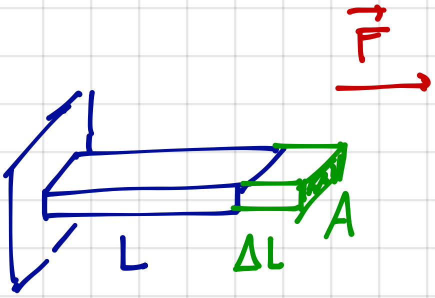
Kristalle : regelmäßig

Amorphe Festkörper : unregelmäßig




- Äußere Kräfte führen zu Deformationen
- Wärme wird durch Atomschwingungen gespeichert.

# A) Elastizitätsmodul (Young's modulus)



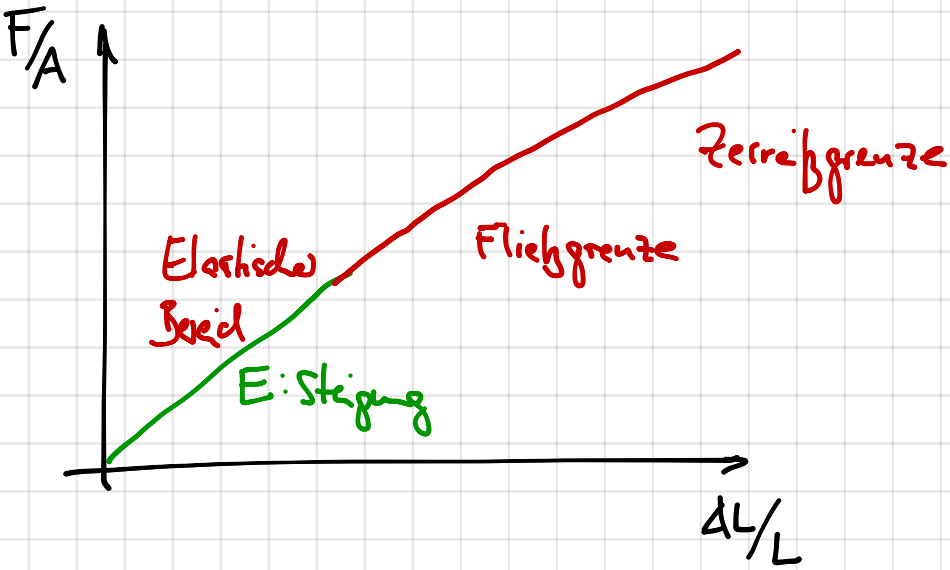

$$\boxed{\frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta L}{L} \qquad \text{Hookesches Gesetz}}$$

$F/A$: mechanische Spannung

$E$: Elastizitätsmodul

$[E] = \frac{N}{m^2}$

E ist materialspezifisch  E groß ⇒ ΔL klein !



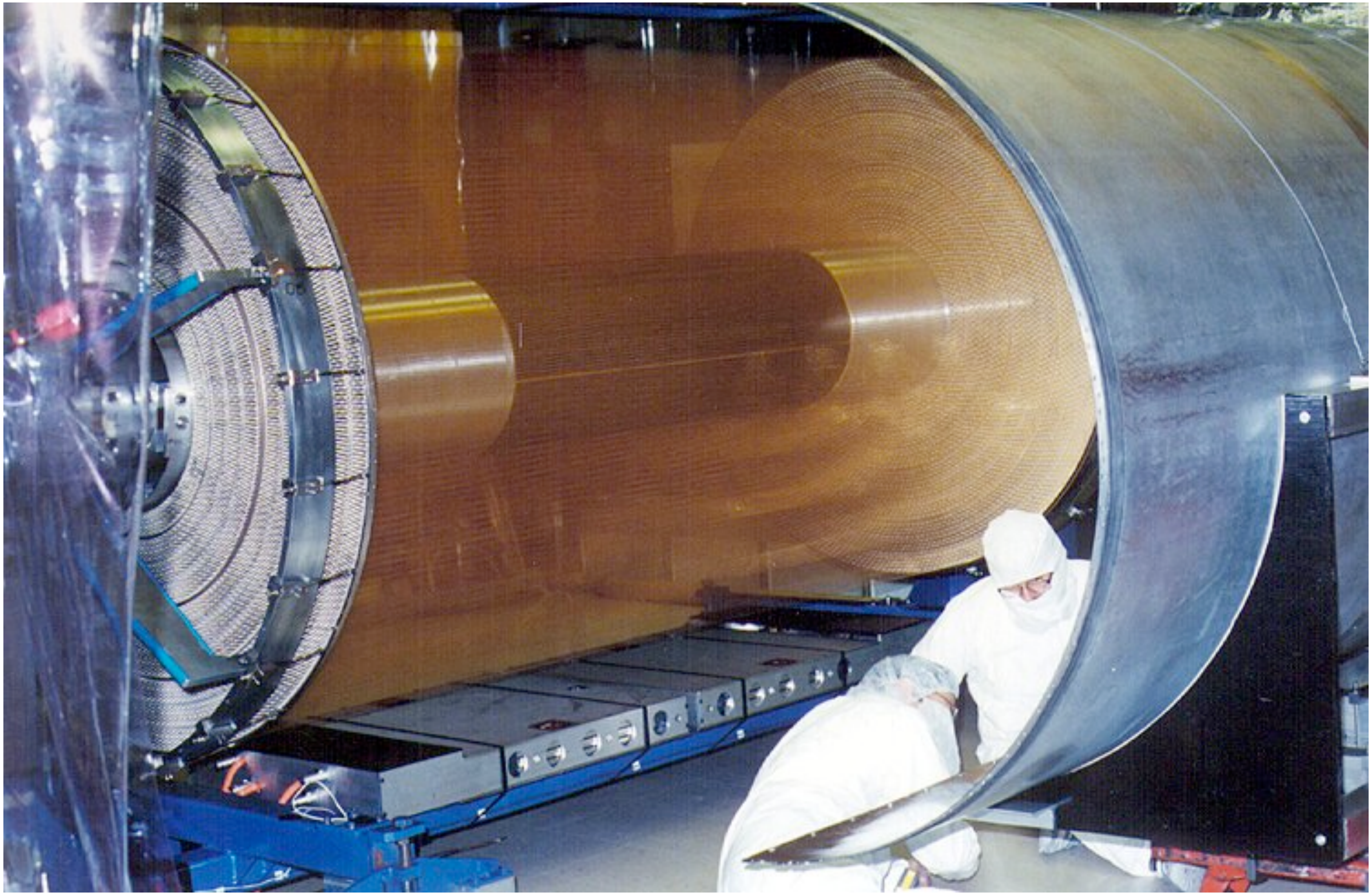

**Beispiel: Driftkammer:**

Ø Draht 20 μm , 0,6 N/Draht

Spannung: $2 \cdot 10^8 \, N/m^2$

$\Delta L/L = 3{,}9 \, mm/m = 3{,}8 \cdot 10^{-3}$

# Gespannte Drähte in einer Driftkammer



## Typische Driftkammer-Drähte:

Durchmesser d ~20 µm

Kraft F = 0.6 N (~ m = 60g)

Spannung $\sigma = F/A \sim 2 \cdot 10^8\ \mathrm{Nm}^{-2} \sim 20\ \mathrm{kt/m}^2$

Elongation $\Delta L/L$: 3.9 mm/m

Durchhang: 0.13 mm

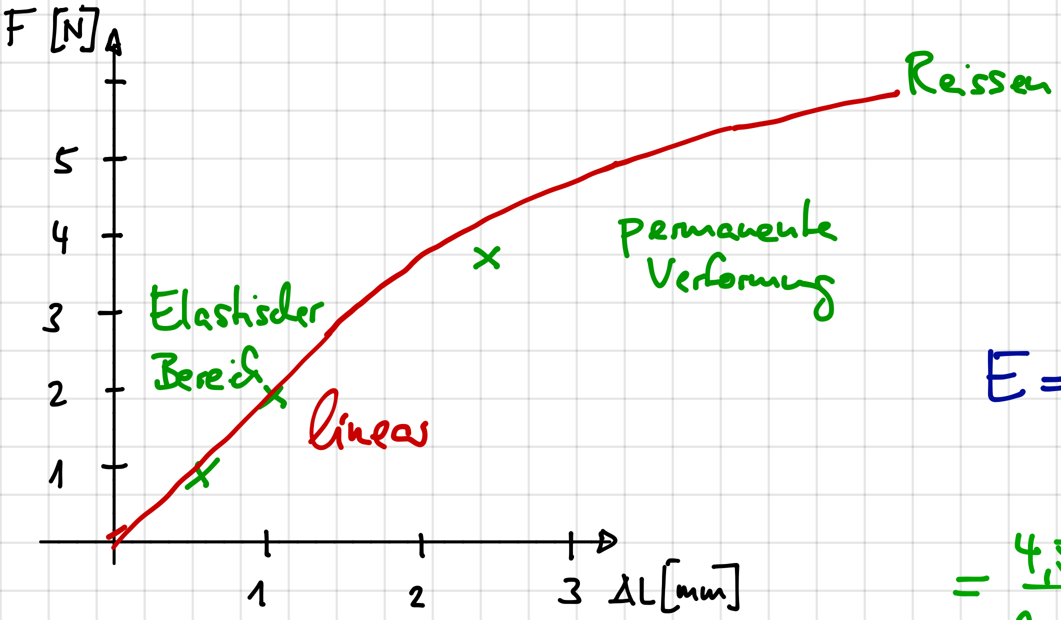
→ Versuch Kupferdraht mit Gewicht

Kupferdraht:

$L = 450\ cm$

$d = 3 \cdot 10^{-2}\ cm \quad (0{,}3\ mm = 300\ \mu m)$

$A = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 7 \cdot 10^{-4}\ cm^2$




$$E = \frac{L}{\Delta L} \cdot \frac{F}{A}$$

$$= \frac{4{,}5\ m}{2 \cdot 10^{-3}\ m} \cdot \frac{4\ N}{7 \cdot 10^{-8}\ m^2}$$

$$= 1{,}27 \cdot 10^{11}\ \frac{N}{m^2}$$

Beispiele:

a) Stahlkabel

$L = 2\ m \quad d = 2\ cm \quad E = 2{,}5 \cdot 10^{11}\ \frac{N}{m^2} \quad m = 9{,}5\ t$

$$\Delta L = \frac{L \cdot F}{A \cdot E} = 2{,}4\ mm$$

b) Gummiband (gleiche Frage und $E = 7 \cdot 10^{6}\ \frac{N}{m^2}$)

$\Delta L = 84\ m$

## Reißfestigkeit

$$\frac{F}{A} := E \cdot \left(\frac{\Delta L}{L}\right)_c = E_r$$

Spannung

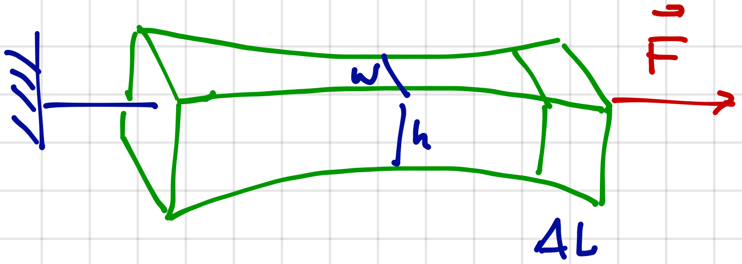
Verlängerung vor dem Zerreissen

| | $E_r$ $[N/m^2]$ |
|---|---|
| Stahl | $4 \ldots 30 \cdot 10^8$ |
| Gummi | $10^7$ |

Stahlkabel: (wie oben: $\varnothing = 1\,cm$)

$$M_{max} = \frac{E_r \cdot A}{g} = \frac{3 \cdot 10^9 \frac{N}{m^2} \cdot \pi \cdot 10^{-4}\, m^2}{9{,}81 \frac{m}{s^2}} = 95\,t$$

## B) Volumenänderung bei Dehnung (Querkontraktion)




$$w' = w - \Delta w$$
$$h' = h - \Delta h$$
$$L' = L + \Delta L$$

Es gilt: $$\frac{\Delta h}{h} = \frac{\Delta w}{w} = -\mu \cdot \frac{\Delta L}{L}$$

Poissonzahl (Querdehnzahl)

typischer Wert $\mu \sim 0{,}3$

Volumen $V' = V + \Delta V$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{(w+\Delta w)(h+\Delta h)(L+\Delta L)}{w \cdot h \cdot L} - 1$$

$$= \left(1+\frac{\Delta w}{w}\right)\left(1+\frac{\Delta h}{h}\right)\left(1+\frac{\Delta L}{L}\right) - 1$$

$$= \left(1-\mu\frac{\Delta L}{L}\right)^2 \cdot \left(1+\frac{\Delta L}{L}\right) - 1 \approx (1-2\mu)\,\frac{\Delta L}{L}$$

für $\Delta L \ll L$

Beispiel Stahlkabel (wie oben)

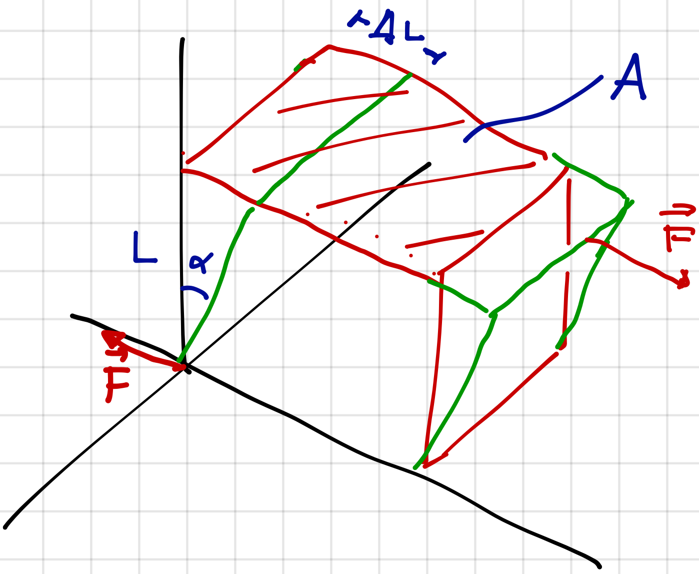
$$\frac{\Delta V}{V} = (1-0{,}6)\cdot\frac{\Delta L}{L} = 0{,}4 \cdot \frac{2{,}4\,\text{mm}}{2\,\text{m}} = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$$

Für $\mu = 0{,}3$ vergrößert sich das Volumen um $0{,}5$ ‰

C) Schermung

Scherkräfte: tangential zu Fläche

⇒ Beispiel Schwamm

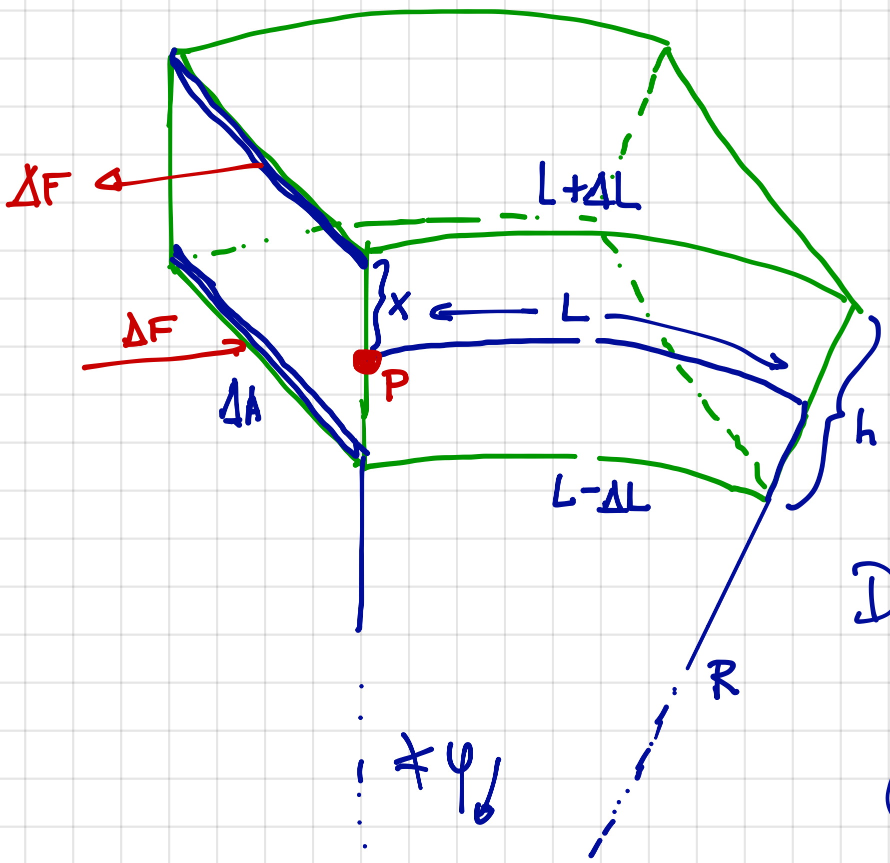



$$\frac{F}{A} = G \cdot \frac{\Delta L}{L}$$

Schermodul
Schubmodul
(Torsionsmodul)

$$\frac{F}{A} = G \cdot \tan\alpha \approx G \cdot \alpha$$

# Anwendung: Biegung




Betrachtung einzelner Lagen

- Verlängerung der oberen Schichten
- neutrale Faser
- Stauchung der unteren

Drehmomente um Punkt P:

Biegung bis Drehmomente (äußere Kraft u. Befestigung) sich genau kompensieren

Es ist: $\frac{\Delta F}{\Delta A} = E \cdot \frac{\Delta L}{L}$ und $\frac{\Delta L}{L} = \frac{x}{R}$ da $L = \varphi \cdot R$ und $L + \Delta L = \varphi \cdot (R+x)$

Drehmoment um P: $\Delta M = \Delta F \cdot x$

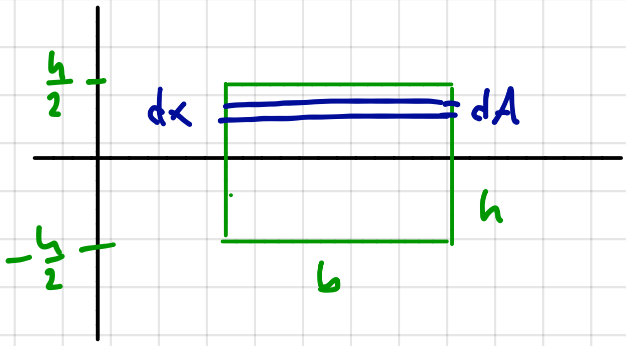
$$\Delta M = E \cdot \Delta A \cdot \frac{x}{R} \cdot x$$

$$M = \int dM = \frac{E}{R} \underbrace{\int_{-h/2}^{h/2} x^2 \, dA}_{\text{Flächenträgheitsmoment } I}$$

vergl. Massenträgheitsmoment $I = \int r^2 dm$

## Beispiele

a) Rechteckiger Stab (wie vorige Seite)




$$dA = b \cdot dx$$

$$M = \frac{E}{R} \cdot \int_{-h/2}^{h/2} x^2 \, b \, dx = 2 \cdot \frac{Eb}{R} \left[\frac{1}{3} x^3\right]_0^{h/2} = \overbrace{\frac{h^3 b}{12}}^{I} \cdot \frac{E}{R}$$

Höhe h geht kubisch ein, Breite nur linear

$$\Rightarrow R = \underbrace{\frac{h^3 b}{12}}_{I} \frac{E}{F_0 L_0}$$

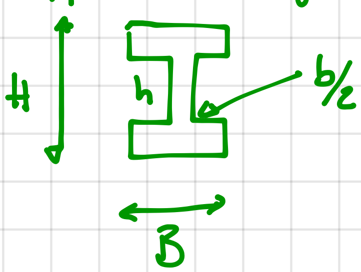
mit $M = F_0 \cdot L_0$ äußeres Drehmoment

$h$ groß $\Rightarrow I$ groß $\Rightarrow R$ groß $\Rightarrow$ Biegung klein

b) Zylinder $\qquad I_{Zyl} = \frac{\pi}{4} R^4$

c) Rohr $\qquad I_{Rohr} = \frac{\pi}{4} (R^4 - r^4)$

d) Doppel-T Träger

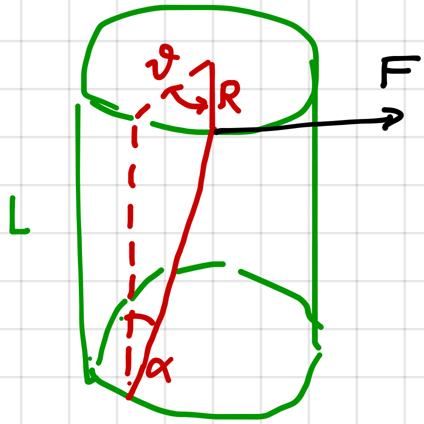



$$I_I = \frac{1}{2} (BH^3 - bh^3)$$

$\longrightarrow$ Versuch Sägeblatt

# D) Torsion

$$M = R \cdot F$$




Verdrehung entspricht Scherung der einzelnen Elemente

Ansatz: $$\frac{\Delta F}{\Delta A} = G \cdot \alpha = G \frac{r}{L} \cdot \vartheta$$

mit $r = [0 \dots R]$

$$M = \underbrace{\frac{R^4}{L} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot G}_{D} \cdot \vartheta$$

D: Torsionsmodul oder Richtmoment

→ Versuch: Qualitative Bestätigung von $M \propto R^4 \cdot \vartheta$

Für zwei Zylinder mit Radien $R_1$ und $R_2$

erwartet: $$\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^4$$

$$\left.\begin{array}{l} 1.)\ d_1 = 3\,\text{mm} \\ 2.)\ d_2 = 4\,\text{mm} \end{array}\right\} \left(\frac{2R_2}{2R_1}\right)^4 = \frac{256}{81} \approx 3$$