Experimentelle Physik I
WS 16/17

Veranstaltung 4010011
https://campus.studium.kit.edu/event/H7Ke2neVDU6OCIWVculqYw

PD Dr. Andreas B. Meyer (KIT und DESY)

23. Vorlesung: 5.2. Mechanik fester Körper und Flüssigkeiten (2): Hydrostatik und Hydrodynamik

Karlsruher Institut für Technologie

19. Januar 2017

Zusammenfassung

5. Mechanik fester Körper u. Flüssigkeiten

5.1. Elastische Verformung fester Körper

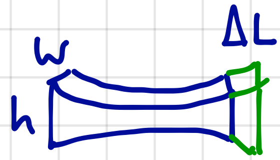
A) Elastische Dehnung

$$\boxed{\frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta L}{L}}$$

Elastizitätsmodul E

⇒ Versuch: Kupferdraht

B) Volumenänderung

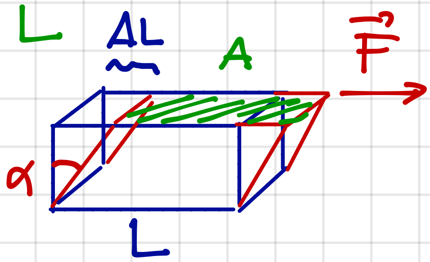


$$\boxed{\frac{\Delta h}{h} = \frac{\Delta w}{w} = -\mu \frac{\Delta L}{L}}$$

Poissonzahl μ ~0,3

$$\frac{\Delta V}{V} \approx (1-2\mu)\frac{\Delta L}{L}$$

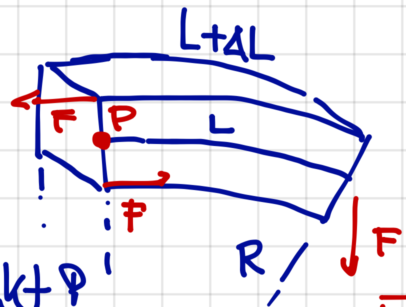
C) Scherung



$$\boxed{\frac{F}{A} = G \cdot \frac{\Delta L}{L} \approx G \cdot \alpha}$$

Schermodul
Schubmodul G

Anwendung: Biegung



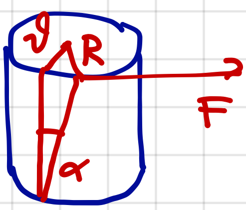
→ Versuch mit Plexiglas

- Drehmomente um Punkt P
- Betrachte einzeln für jede Lage:
  Elastische Dehnung / Stauchung

$$\boxed{M = \frac{E}{R} \underbrace{\int_{-h/2}^{h/2} x^2 \, dA}}$$

Flächenträgheitsmoment I

D) Torsion



$$\boxed{M = \underbrace{\frac{R^4}{L} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot G} \cdot \vartheta}$$

Torsionsmodul oder Richtmoment D

⇒ Versuch: $\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^4 = \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}$

5.2 Hydrostatik und Hydrodynamik

Flüssigkeit: Dichtgepackte Systeme ohne starre Anordnung der Atome.

Näherung: Fl.K. sind inkompressibel
leisten keinen Widerstand gegen Scherkräfte

5.2.1. Charakteristische Größen

a) Dichte

H_2O : $1\ g/cm^3 = 10^3\ kg/m^3$

Öl : $0{,}9\ g/cm^3$

Hg : $13{,}6\ g/cm^3$

Pb : $11\ g/cm^3$

Au : $19\ g/cm^3$

$\langle$Erde$\rangle$ $5{,}5\ g/cm^3$

Neutronenstern $10^{17}\ g/cm^3$

b) Druck $\quad p := \frac{|\vec{F}_\perp|}{A}$ (für $F \perp A$) (skalar)

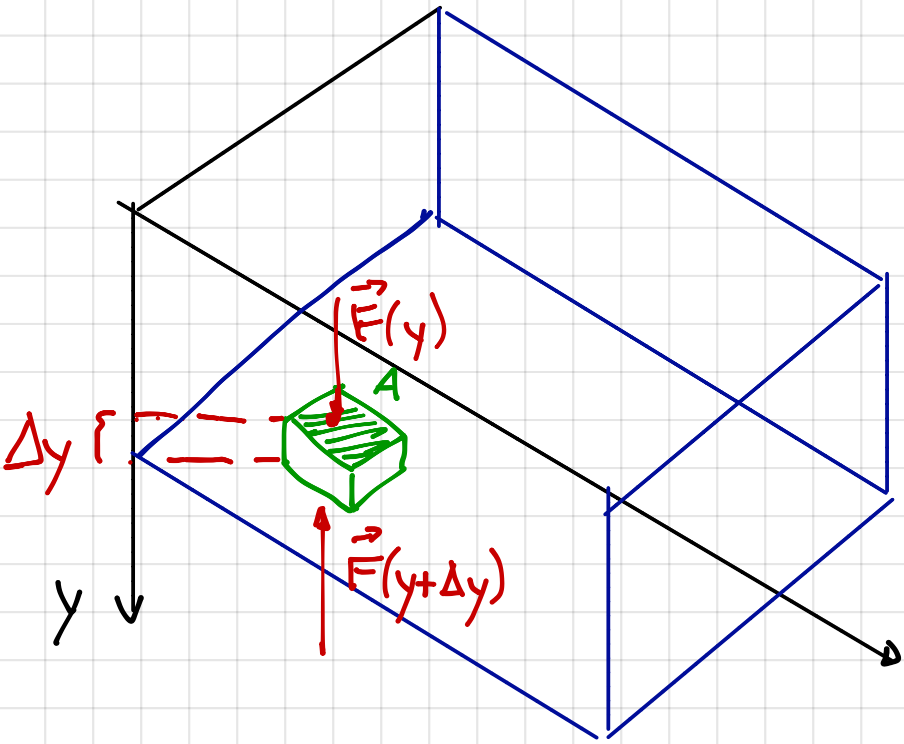
$[p] = 1\,Pa = 1\ \frac{N}{m^2}$

$1\ Atm = 1013\ mbar = 1{,}013 \cdot 10^5\ Pa$

$\hat{=}\ 760\ Torr\ \hat{=}\ 760\ mm\ Hg$

$1\ PSI\ \hat{=}\ 6894\ Pa$ $\quad (14{,}5\ PSI\ \hat{=}\ 1\ bar)$

5.2.2 Hydrostatischer Druck



Volumenelement:

$$\Delta V = A \cdot \Delta y$$

$$F(y) = P(y) \cdot A \qquad F(y+\Delta y) = P(y+\Delta y) \cdot A = (P+\Delta P) \cdot A$$

- Volumenelement ruht: $\sum \vec{F}_i = 0$ (Newton)
- Gewichtskraft $F_G = \rho \cdot A \Delta y \cdot g$

$$P \cdot A + \rho \cdot A \cdot g \cdot dy = (P + dP) \cdot A$$

$$\rho \cdot g \cdot dy = dP$$

$$\frac{dP}{dy} = \rho \cdot g$$

$$\boxed{P(y) = \rho \cdot g \cdot y + P_0}$$

Integrationskonst. (Außendruck)

PASCALS GESETZ

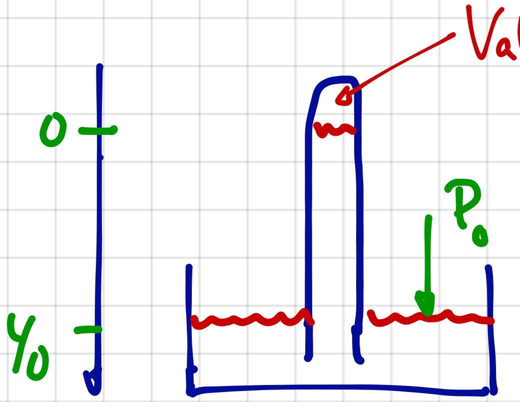
→ Versuch Schweredruck (Manometer)

→ Versuch Hydrostat. Paradoxon

relative Druckmessung

Anwendungen

a) Barometer (absolute Druckmessung)



Gleichgewicht zwischen Säule und Außenluftdruck

$$P(y_0) = P_0$$
$$= \rho \cdot g \cdot y_0 \quad \Rightarrow \quad y_0 = \frac{P_0}{\rho \cdot g}$$

Für Quecksilber: $y_0 = \dfrac{1{,}013 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}}{9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 13{,}6 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}} = 0{,}76\,m = 760\,mm$

Quecksilber, da hohe Dichte und geringe Verdunstung

Torricelli 1608–1647

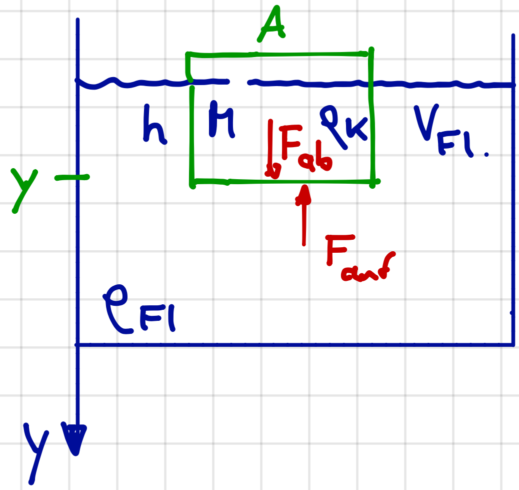
Einheit Torr → 1 mm Hg

$\approx 133{,}3$ Pa

b) Auftrieb

$$F_{auf} = p_0 \cdot A + \rho_{Fl.} \cdot g \cdot A \cdot y$$

$$F_{ab} = p_0 \cdot A + \rho_K \cdot g \cdot A \cdot h$$



$$F_{Auf} - F_{ab} = \Delta F = A \cdot g \cdot (\rho_{Fl}\, y - \rho_K \cdot h)$$

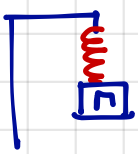
$\Delta F = 0$ Körper treibt in Fl.k.

$\Delta F > 0$ treibt auf $\qquad V_{Fl.} \cdot \rho_{Fl} > V_{objekt} \cdot \rho_{objekt}$

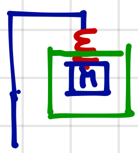
$\Delta F < 0$ sinkt

c) Dichtebestimmung

(Versuch)



$F_1 = 1{,}1\,N$



$F_2 = 0{,}7\,N$

$$m_{Stein} = F_1 / g = 110\,g$$

$$m_{Fl.} = \frac{F_1 - F_2}{g} = 40\,g$$

$$V_{Stein} = m_{Fl.} / \rho_{Fl.} = 40\,cm^3$$

$$\rho_{Stein} = m_{Stein} / V_{Stein} = 2{,}75\,\frac{g}{cm^3}$$

Dichte $\rho_{(\text{Totes Meer})} = 1{,}24\ \text{kg}/\ell$

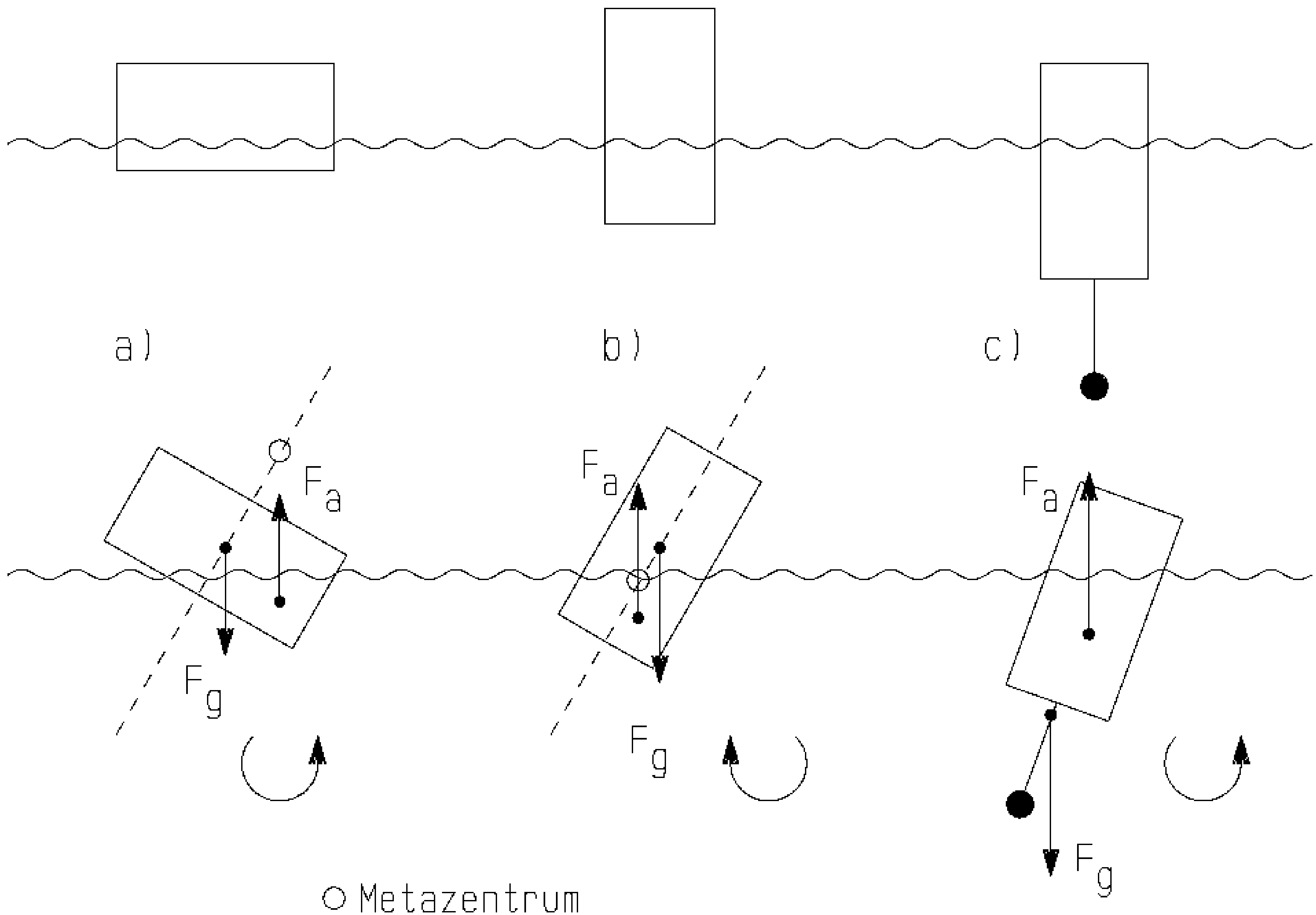
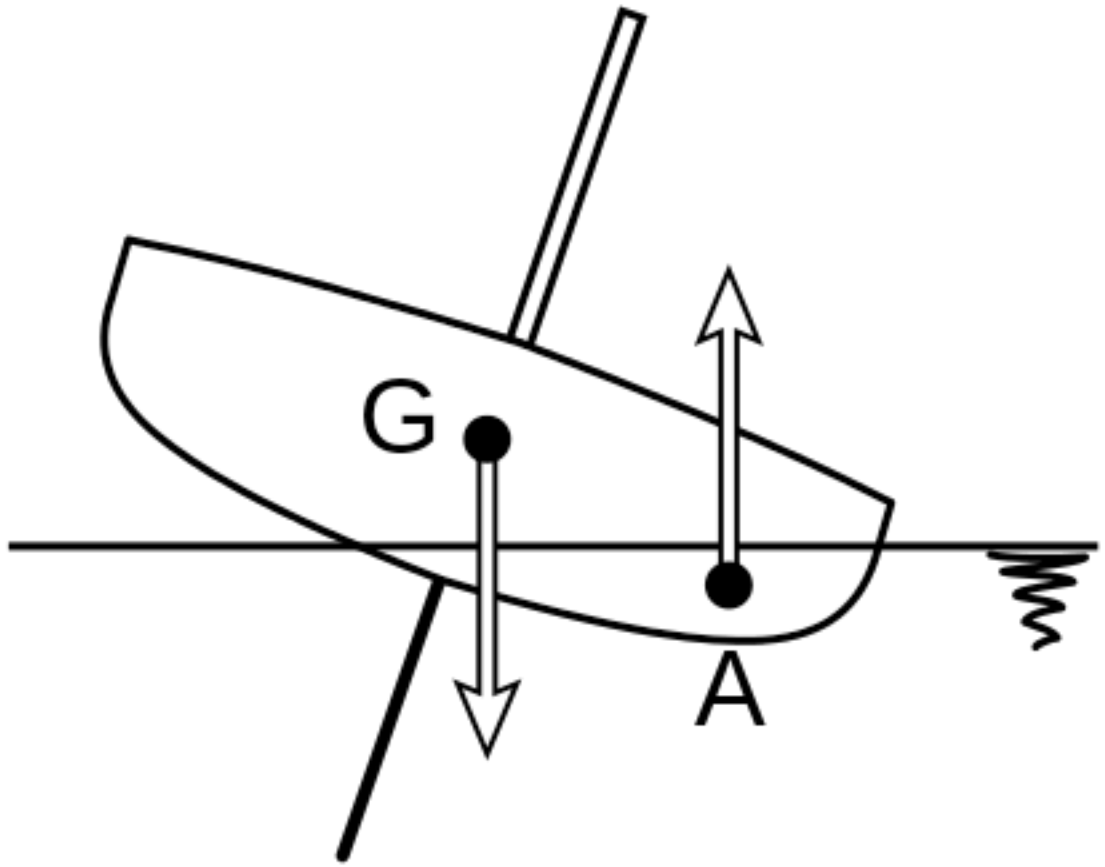
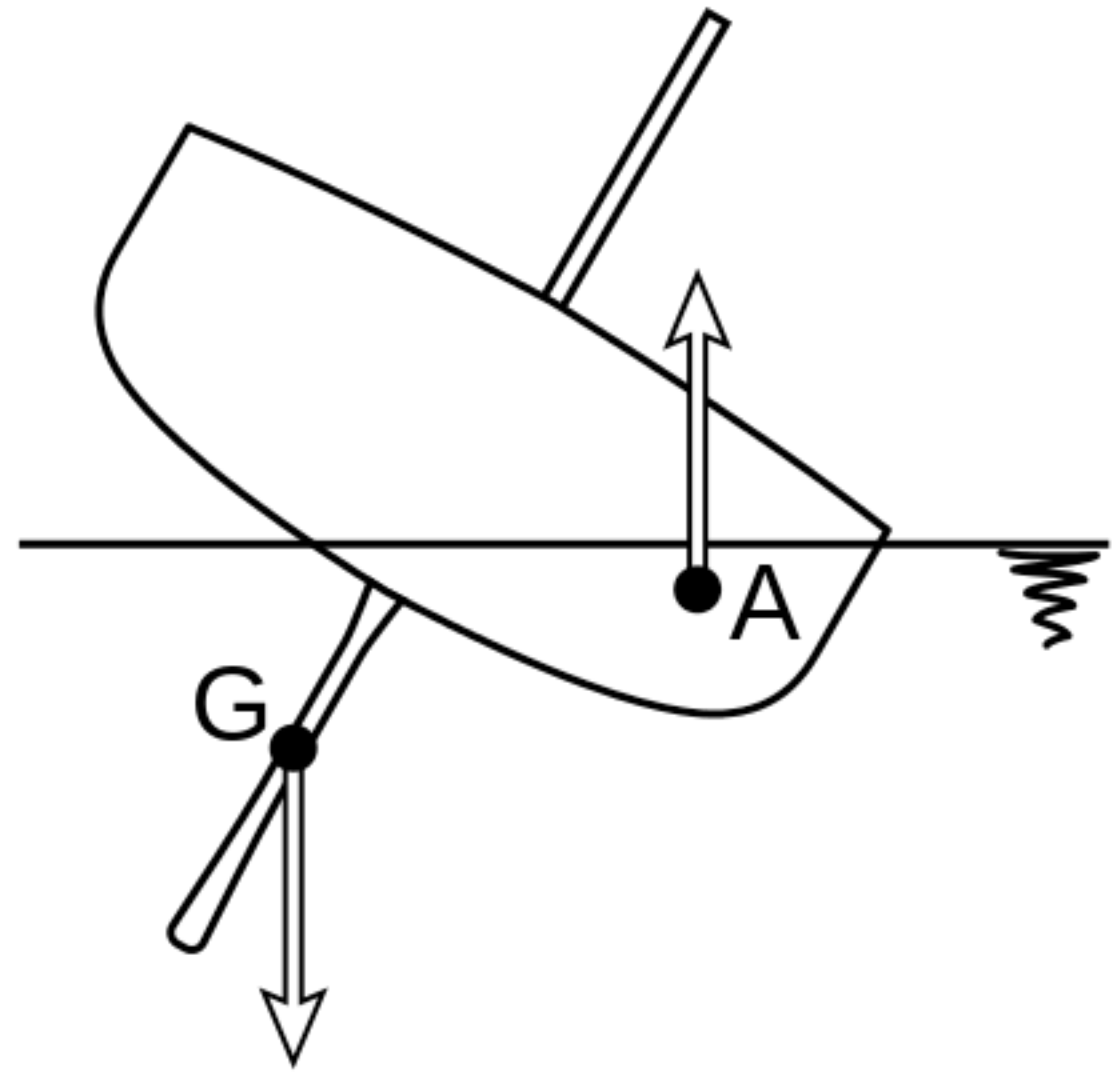


Abbildung 43: Stabile und instabile Schwimmlagen

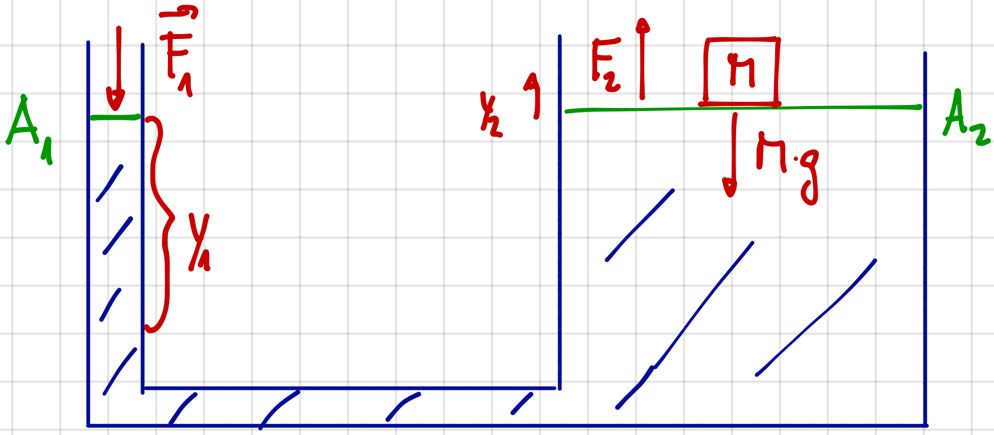


Formstabilität
(Jollen)



Gewichtsstabilität
(Yachten)

d) Hydraulische Presse



$$p_1 = \frac{F_1}{A_1} \overset{!}{=} p_2 = \frac{F_2}{A_2} \qquad \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$$

Alltag: Verwendung z.B. in Bremssystemen

Vergl. Flaschenzug:

5.2.3 Hydrodynamik

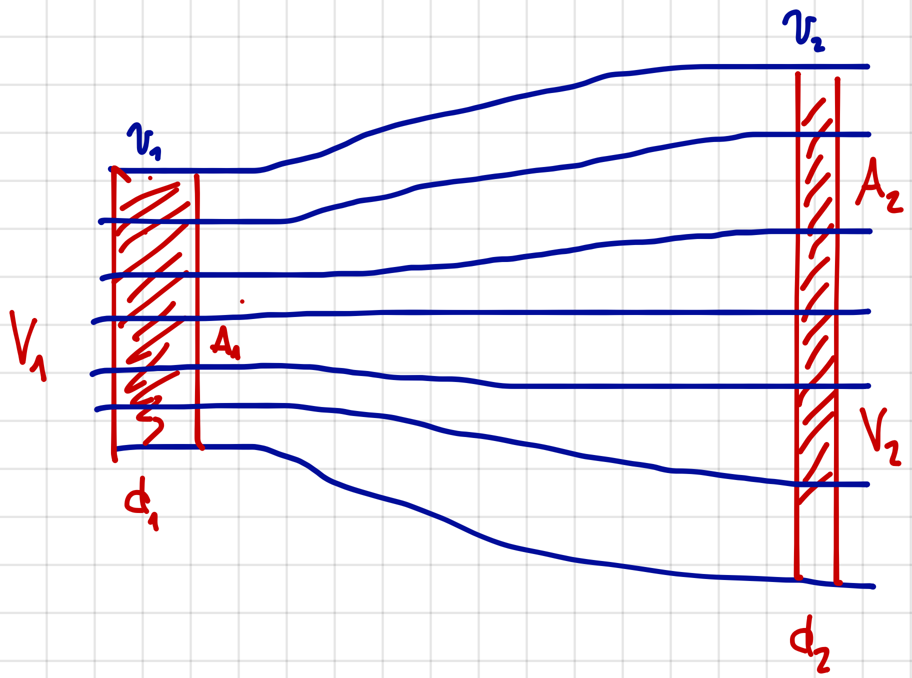
Organisierte Bewegung von nicht festen Vielteilchensystemen wird Fließen genannt und durch Hydrodynamik beschrieben.

→ Versuch Turbulente u. laminare Strömung

1) Allgemeines

Ideale Strömung:

- Fl.k. ist inkompressibel
  nicht viskos (keine Reibung)
- keine Turbulenz (nur laminare Strömung)
- ρ = const.



Durchflossenes Volumen in Δt ist konstant.

$$V_1 = A_1 \cdot d_1 = A_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t$$

$$V_2 = A_2 d_2 = A_2 v_2 \Delta t$$

Fluß: $\Phi = A \cdot v$

$$\Phi_1 = A_1 \cdot v_1$$

$$= A_2 \cdot v_2 = \text{const.}$$

$$\boxed{\Phi = A \cdot v = \text{const}}$$

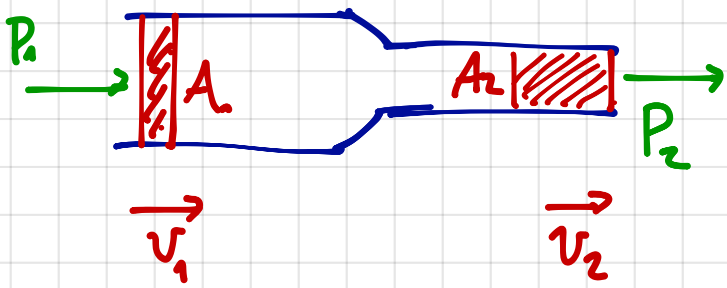
KONTINUITÄTSGLEICHUNG

Alltag: Strahlquerschnitt am Wasserhahn.

2.) Bernoulli-Gleichung

Betrachte Fl.k. als Ansammlung von sich bewegenden Masseelementen ⇒ Newtons Axiome

Betrachte Rohr, dessen Querschnitt sich verjüngt



Keine äußeren Kräfte ⇒ Beschleunigung durch Druckdifferenz

Druck leistet Arbeit W : $W =$ Kraft × Weg

$$W = P_1 \cdot A_1 \cdot v_1 \cdot dt - P_2 \cdot A_2 v_2 \cdot dt$$
$$= (P_1 - P_2)\, \underbrace{A \cdot v}_{\phi = \text{const.}} \cdot dt$$

Kinetische Energieänderung : ΔE_K

$$\Delta E_K = \frac{1}{2} m \left(v_2^2 - v_1^2\right)$$
$$= \frac{1}{2} \rho A \cdot v\, dt \cdot \left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

Berücksichtige auch Höhenunterschied ⇒ ΔE_p

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h$$
$$= \rho \cdot A \cdot v dt \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$$

Energiebilanz:

$$W = \Delta E_p + \Delta E_k$$

$$(P_1 - P_2)\, A \cdot v \cdot dt = \rho \cdot A \cdot v dt \left(g \cdot (h_2 - h_1) + \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) \right)$$

$$P_2 - P_1 = \rho \cdot g\,(h_2 - h_1) + \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow P_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho}{2} v_1^2$$

$$\boxed{P + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{const}}$$

dynamischer Druck (oder Standruck)

BERNOULLIS GESETZ

Grenzfall: $v = 0$:

Pascals Gesetz $\qquad P + \rho g h = \text{const.}$

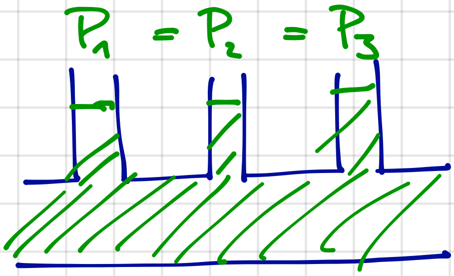
Beispiel:

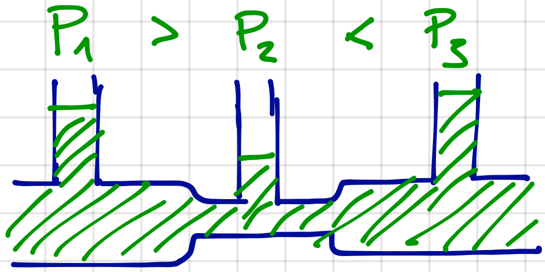
$P_1 = 2\,\text{bar}$; $A_1 = 1\,\text{m}^2$; $A_2 = 0{,}1\,\text{m}^2$; $v_1 = 1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$; $h_1 = h_2 = h$

$$\left.\begin{aligned} P_2 &= P_1 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) \\ v_2 &= v_1 \cdot \frac{A_1}{A_2} \end{aligned}\right\} \quad P_2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho\, v_1^2\left(1 - \frac{A_1^2}{A_2^2}\right)$$

$$\Rightarrow P_2 = 1{,}5\,\text{bar}$$

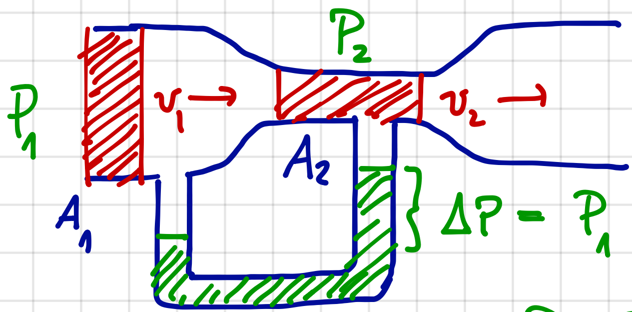
⇒ Versuch Steigrohr nach Bernoulli





Dynamischer Druck durch Geschwindigkeitsdifferenz

__Anwendung:__ Strömungsmessinstrument



$\Delta P = P_1 - P_2$

$P_1 > P_2$

$$\Phi = A_1 \cdot \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho\left(\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right)}}$$

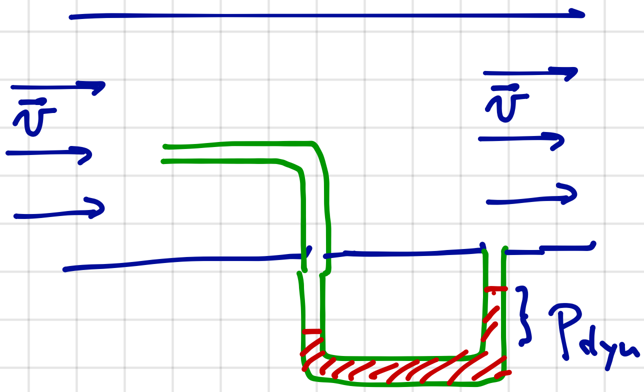
$\Rightarrow v_1, v_2$

__Messung von $\Delta P, A_1, A_2$:__

Ergänzung: Beispiele aus der Aerodynamik:
(N.B.: Gase sind nicht inkompressibel)

Alltag: ICE im Tunnel

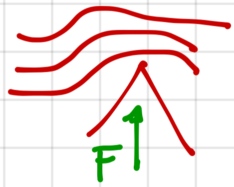
⇒ Prandtlsches Staurohr



$$P_{dyn} = P_{tot} - P_{stat}.$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot P_{dyn}}{\rho}}$$

⇒ Unterdruck über Dach



⇒ Ball auf Luftstrom