

# 3. Vorlesung

---

## 3. Kosmologie, oder Was ist die Masse des Universums?

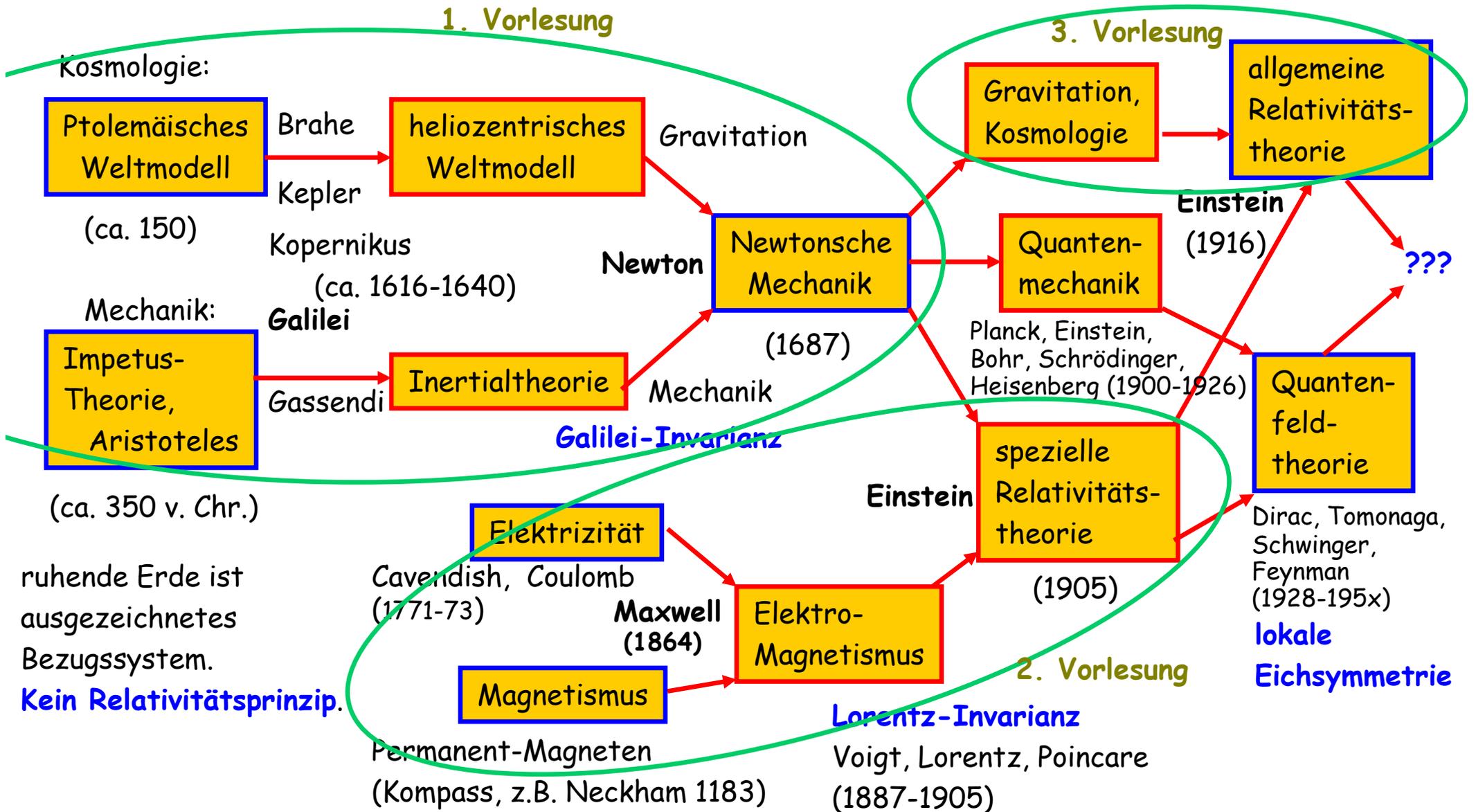
Literatur: beliebiges Lehrbuch Kosmologie/ Astrophysik

z.B. Klapdor-Kleingrothaus/Zuber, Teilchenastrophysik

(mit Beiträgen aus Vorträgen A. Jersak und K. Wohlfart)

- Woraus besteht das Universum?
- Wie gross ist das Universum?
- Wie gross ist seine Masse?

# Raum-Zeit-Symmetrien und die Vereinheitlichung der Kräfte



# Woraus besteht das Universum?

---

- Expandierendes Universum
- Sichtbare Materie
- Dunkle Materie
- Dunkle Energie

# Das Hubble-Gesetz

(in einer modernen Form)

Galaxien scheinen sich voneinander zu entfernen:

**Rezessions**geschwindigkeit  $V$  der Galaxien ist **rigoros** proportional ihrem **Abstand**  $D$

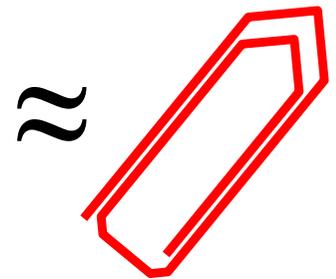
$$v(t) = H(t) \cdot D(t)$$

$H(t)$  ... Hubble-Expansionsparameter

misst die Expansionsgeschwindigkeit des Universums



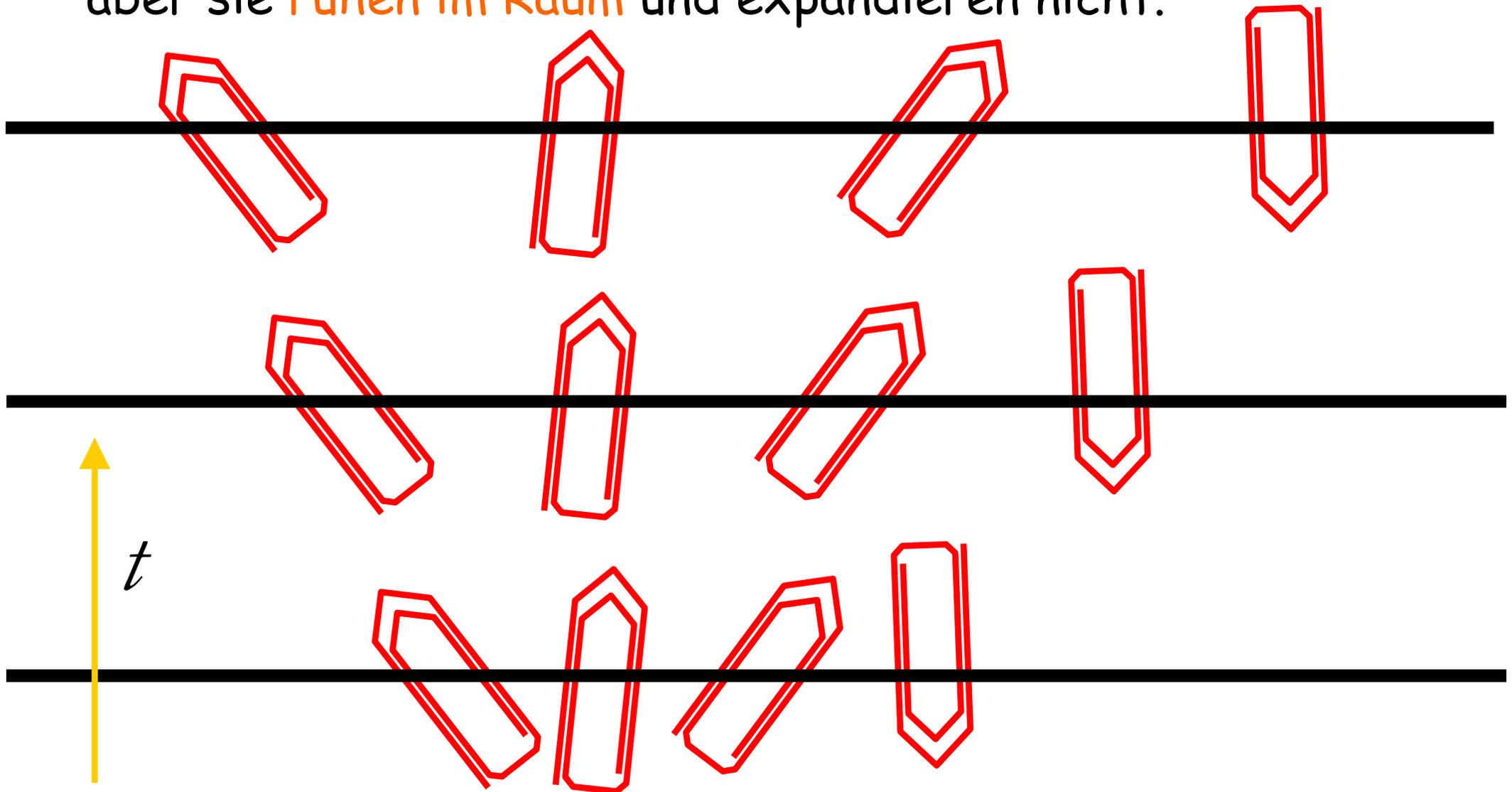
Gute  
Näherung:



APOD

Der Raum **expandiert**  
aber bleibt lokal immer gleich.

**Galaxien** entfernen sich voneinander,  
aber sie **ruhen im Raum** und expandieren nicht.



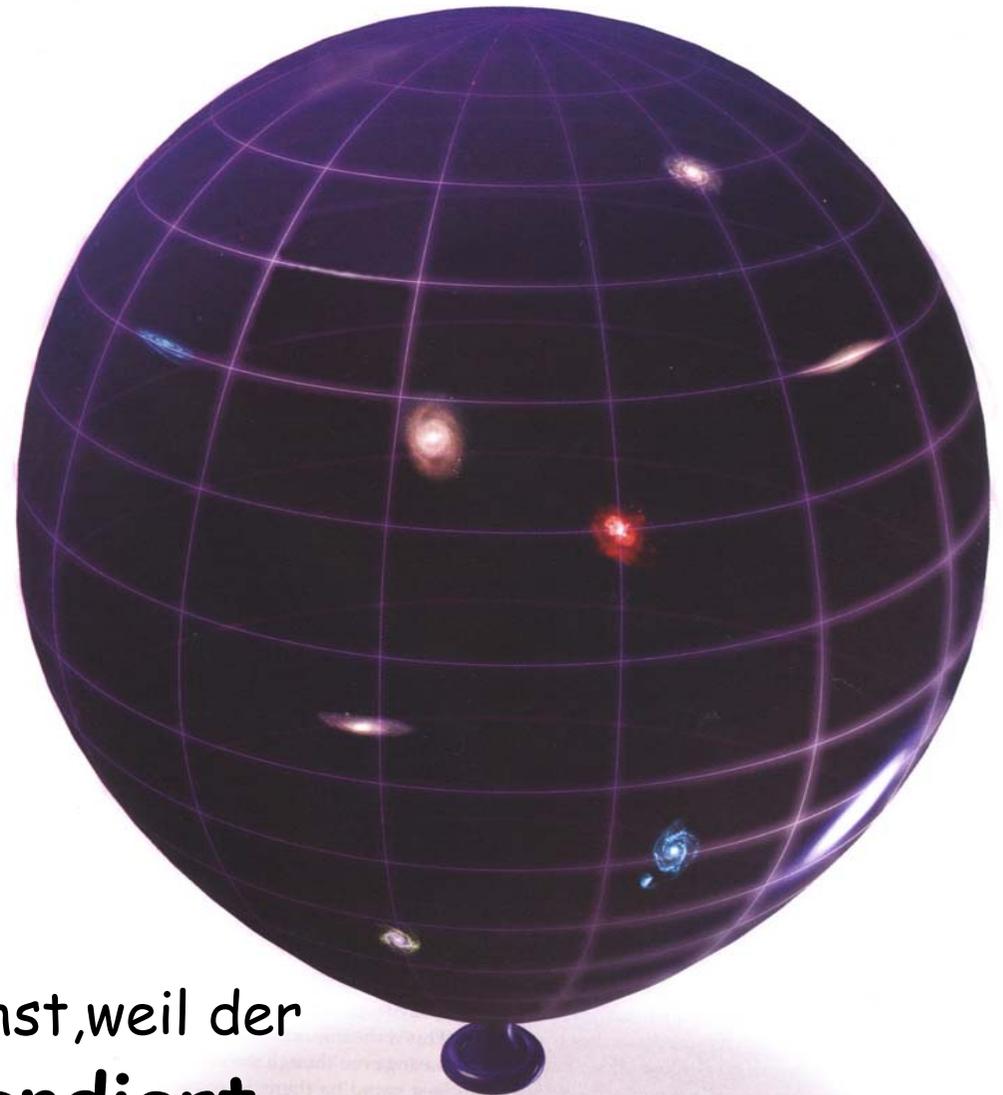
# 2-dimensionales Modell der Expansion

C.H.Lineweaver and T.M.Davis,  
Scientific American, March 2005

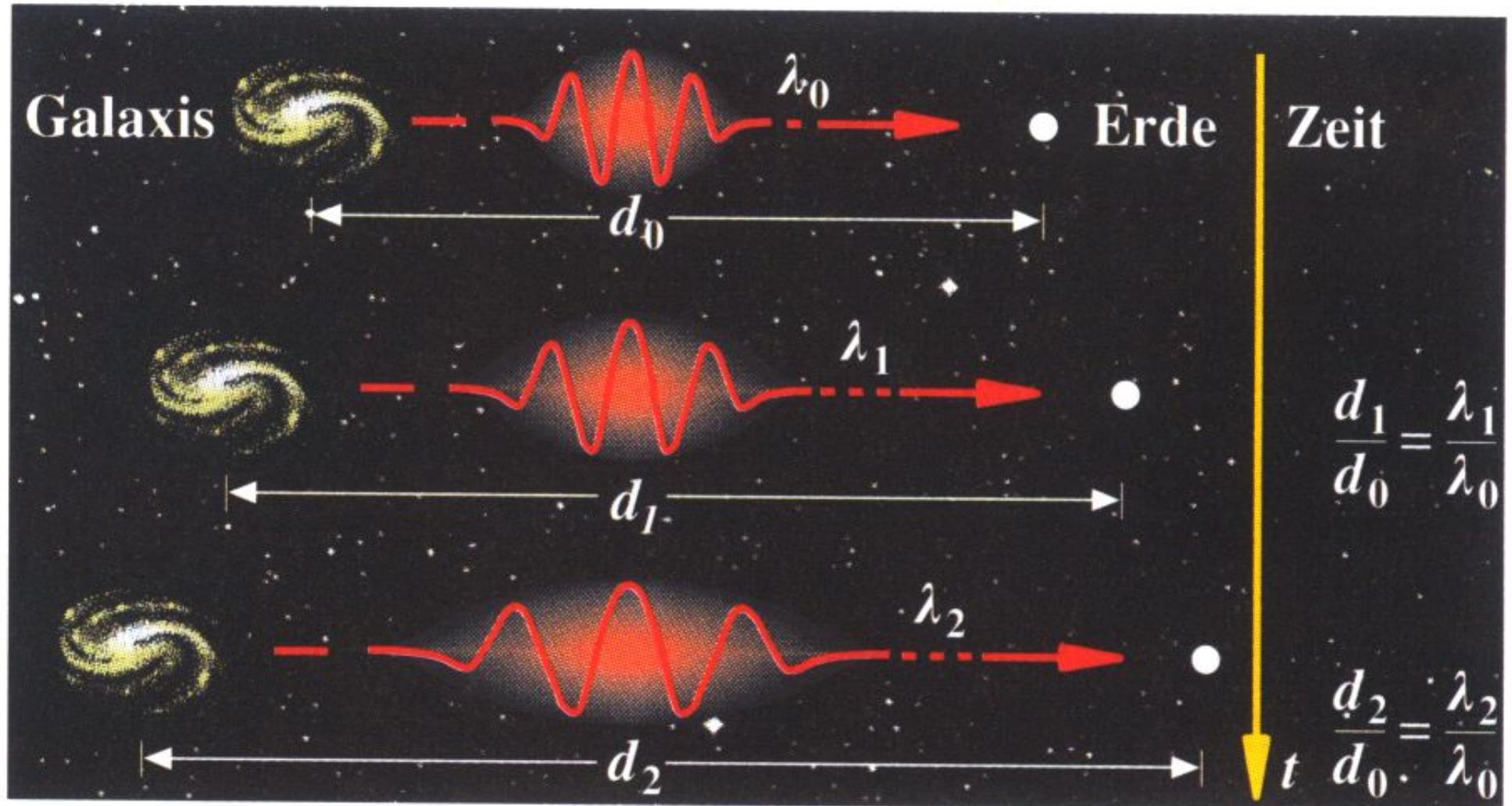
## BIG BANG

Baffled by the expansion of the universe?  
You're not alone. Even astronomers  
frequently get it wrong

By Charles H. Lineweaver and  
Tamara M. Davis



Abstand zwischen Galaxien wächst, weil der  
**Raum dazwischen expandiert**  
Galaxien selbst bewegen sich **NICHT!**



**B 5:** Durch die Expansion des Raumes vergrößert sich die Wellenlänge des Lichts von einer fernen Galaxis.

# Kosmologische Rotverschiebung $z$

- Expansion der Wellenlänge  $\lambda$  des Lichtes während des Fluges durch den expandierenden Raum
- Hat nichts zu tun mit dem Bewegungszustand der Quelle  
=> **kein Dopplereffekt!**

$$1 + z = \frac{\lambda_{beob}}{\lambda_{emis}}$$

seit langem beobachtet!  
(Hubble)

=> der Raum expandiert!

# Typische beobachtete Werte von $z$

- Erste Beobachtungen von Hubble 1929

$$D < 0,04 \text{ Gly} \qquad z < 0.0003$$

- Galaxien auf dem Hubble-Abstand

$$D = D_H = 14 \text{ Gly} \qquad v = c \qquad z = 1.5$$

- Quasare bis  $z \approx 6.4$

- CMB Quelle:  $v = 3c$   $z = 1090$

# Urknall

---

- Universum expandiert  
=> war es einmal sehr klein?  
Urknall !

bestätigt durch Beobachtung der  
kosmischen Hintergrundstrahlung (3K):  
"Echo" des Urknalls => später mehr

# Rotationskurven von Spiralgalaxien

Erwartetes Verhalten der Rotationsgeschwindigkeit einer Spiralgalaxie:

$$\text{Aus } G \frac{m \cdot M}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad \text{folgt } v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

$$\text{Mit } M = \frac{4}{3} \pi \cdot \rho \cdot r^3 \quad \text{folgt } v = \left( \frac{4}{3} \pi \cdot G \cdot \rho \cdot r^2 \right)^{\frac{1}{2}} \sim r$$

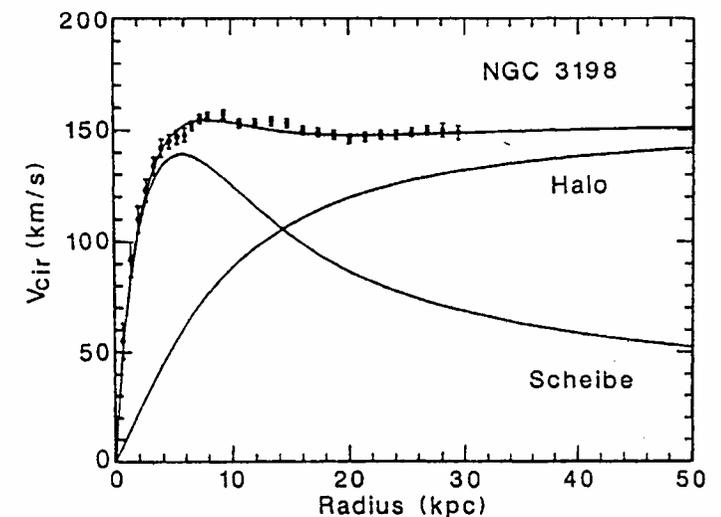
innerhalb der Galaxie. Ausserhalb ist mit  $M = \text{const}$   $v \sim \frac{1}{\sqrt{r}}$

Aber: Messung aufgrund von Dopplerverschiebung ergibt für große  $r$ :

$$v(r) = \text{const} \Rightarrow M \sim r$$

Erklärung durch

**„Dunkle Materie“** in einen sphärischen Halo um die Galaxie



# Dunkle Materie um Spiralgalaxien



## Dunkle Materie

im Halo um  
eine Galaxie

## Dunkle Masse

$\approx 10\times$   
sichtbare Masse

## Kandidaten:

- braune Zwerge?  
(baryonisch)
- Neutrinos?  
(leptonisch)
- WIMPS/SUSY?  
(neue Physik)
- . . .

Artist's view

# Grenzen für baryonische Dunkle Materie:

Primordiale Nukleosynthese (3 min. nach dem Urknall):  
Entstehung der leichten Elemente.

Aus der gemessenen Deuteriumhäufigkeit  
kann die Baryonendichte abgeschätzt werden:

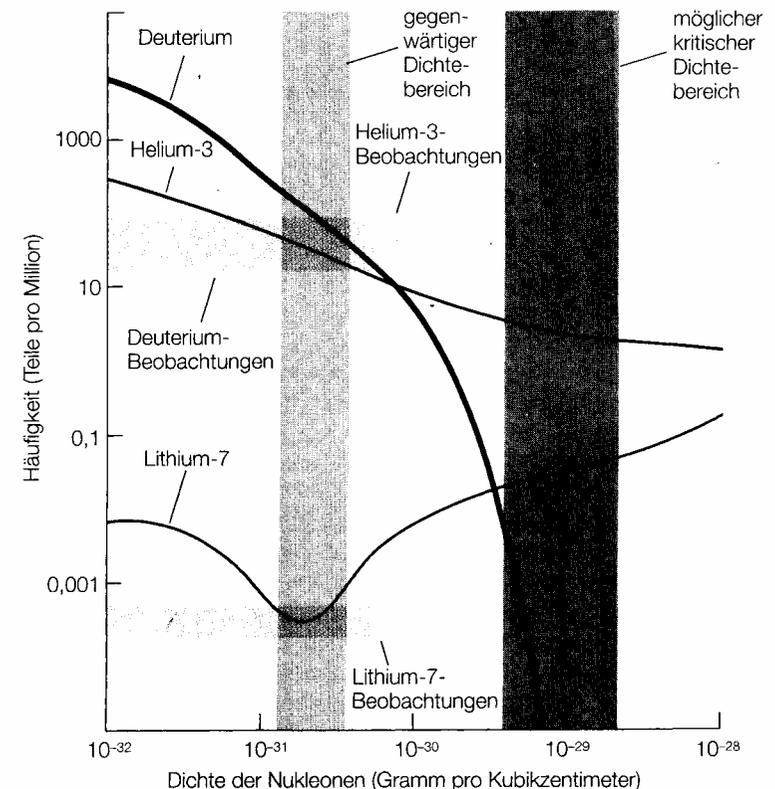
$$\frac{D}{H} \approx 10^{-5}$$

$$\Rightarrow \Omega_{bar} < 0.1 - 0.2$$

Dies reicht aus, um z.B. die  
Rotationskurven von Galaxien zu  
erklären.

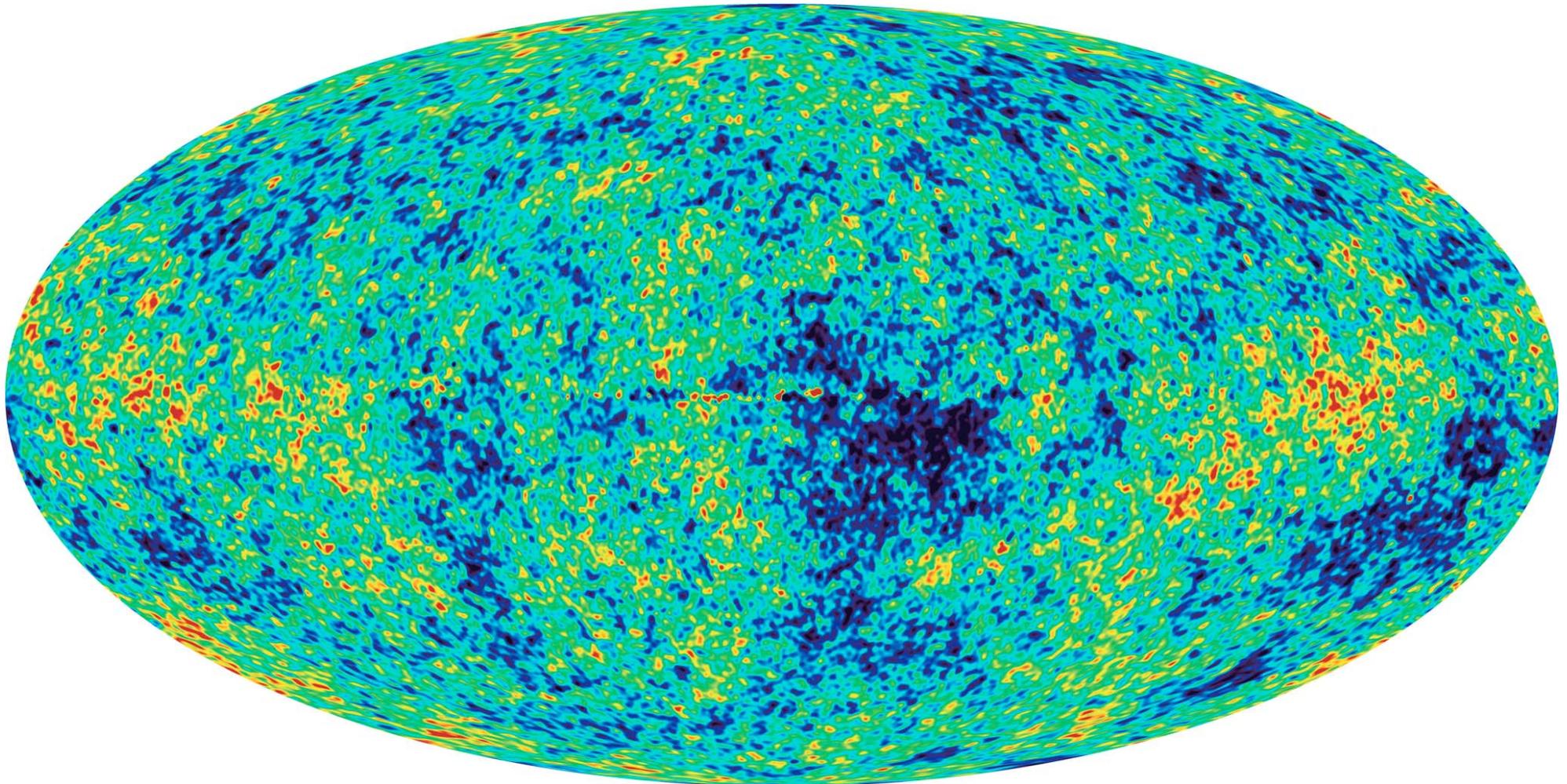
Aber: Circa 80% der Materie  
besteht dann aus  
**nicht-baryonischer Materie**

Woher wissen wir das?



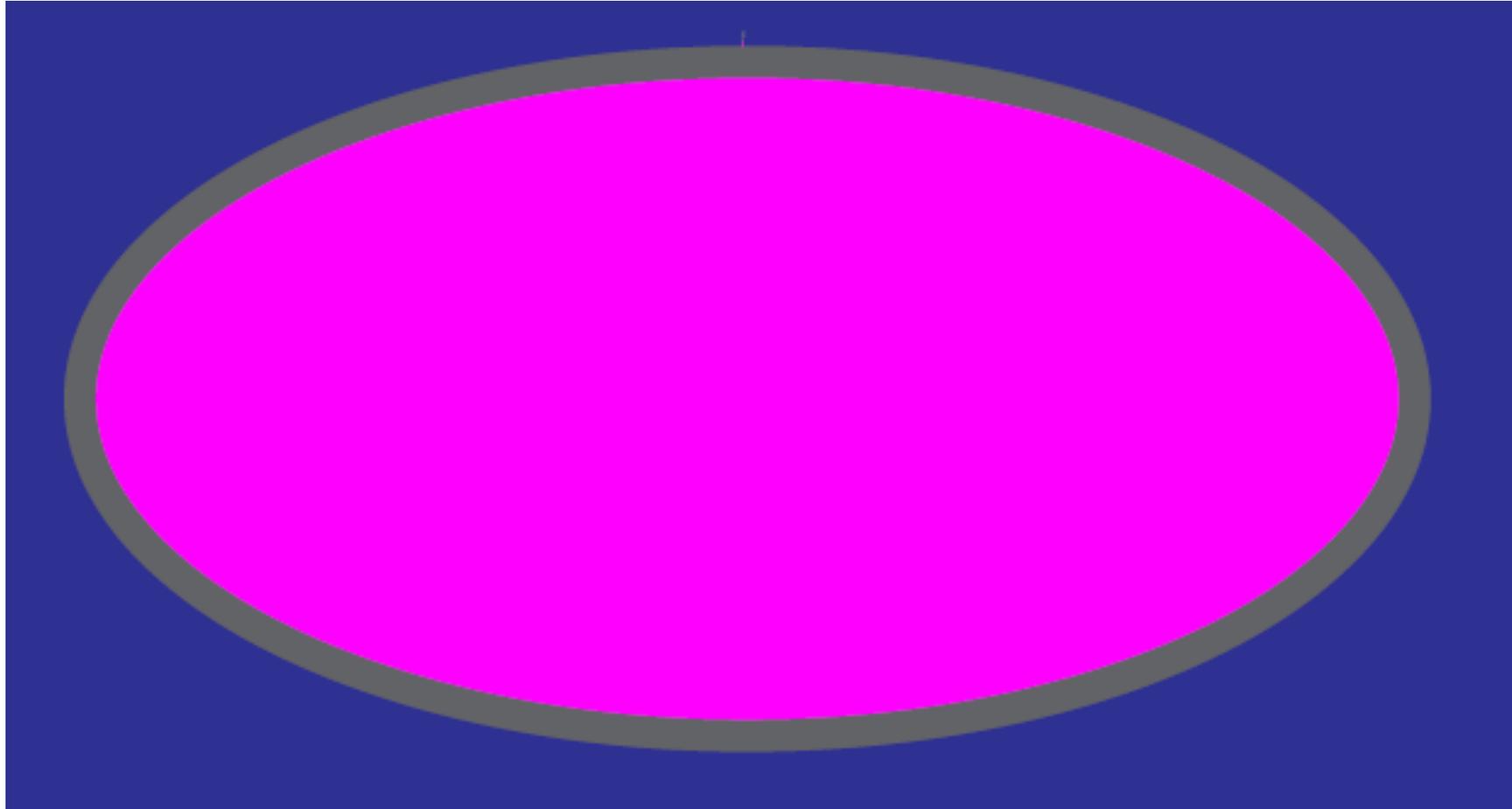
# Kosmische Hintergrundsstrahlung (CMB)

aus allen Himmelsrichtungen mit Temperatur  $T_0 = 2,7..^\circ\text{K}$   
Temperaturschwankungen nur **sehr fein**  $0,000\ 02^\circ\text{K}$  (WMAP Satellit)



# Kosmische Mikrowellen-Hintergrundsstrahlung (CMB)

aus allen Himmelsrichtungen bei **größerer** Temperaturauflösung:  $T_0 = 2,7..^\circ\text{K}$



Auf kosmologischen Skalen ist das **beobachtbare**  
**Universum überall gleich** (Gleichmässige Materieverteilung)

# Kosmische Zeit $t$

gültig in ganzem Universum  
allgemeine Relativitätstheorie  
=> kein Inertialsystem dafür notwendig

weil das Universum überall gleich ist,  
ist es auch überall gleich alt

⇒ **Universumsalter  $t$**

wird durch die Expansionsbewegung wie durch  
eine Sanduhr definiert

Heute:  $t = t_0$  (= 14 Gy)

# Kosmische Skala $a(t)$

- Abstand normiert auf den heutigen

$$a(t) = \frac{D(t)}{D(t_0)}$$

- Alle Längenskalen in der Kosmologie sind proportional zu der kosmischen Skala

$$D(t) = D(t_0) \cdot a(t)$$

$a(t)$  bestimmt die Expansion  
auf allen Abständen gleichzeitig

# $a(t)$ beschreibt die Expansion

- $a(t_0) = 1$   $D(t_0)$  heute
- $a(t) = 2$   $D(t) = 2D(t_0)$
- $a(t) = 1/1000$   $D(t) = D(t_0)/1000$

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$$

# Wie schnell expandiert das Universum?

- Hubble-Gesetz:  $v(t) = H(t) D(t)$
- $H(t)$  gross ... schnellere Expansion
- $H(t)$  klein ... langsamere Expansion

$$H(t) = ? \Leftrightarrow a(t) = ?$$

# Empirische Eigenschaften des $H(t)$ :

- $H(t)$  ist  $t$ -abhängig

- Nach dem Urknall **nimmt** für lange Zeit **ab**

$$H(t) \sim 1/t \Rightarrow \text{verlangsamte Expansion}$$

- Seit ein paar Gy

$$H(t) \approx \text{const} \Rightarrow \text{beschleunigte Expansion}$$

- Der heutige Wert („Hubble-Konstante“):

$$H(t_0) = 70 \text{ km/s Mpc} \quad (1\text{Mpc} = 3\,000\,000 \text{ ly})$$

# THEORIE der Expansion

- Gleichungen der Einsteinschen Allgemeinen Relativitätstheorie (ART)

$$H^2(t) = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_{Materie}(t) + \frac{1}{3} \Lambda - (\text{Krümmungsterm})$$

## Kosmologische Konstante $\Lambda$

- Von Einstein 1917 eingeführt

zur Kompensation des negativen Materiebeitrags,  
um ein statisches Universum zu erreichen

- nachträglich bedauert, aber wieder hochaktuell !

# kritische Dichte des Universums

Materie krümmt den Raum

Kritische Dichte  $\Omega$  : Dichte bei der Krümmung  $k = 0$ :

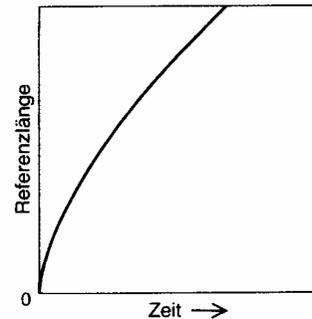
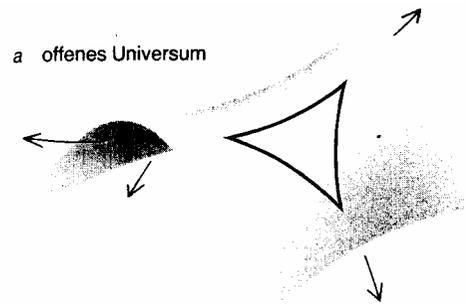
$$\rho_c = \frac{3 H^2(t) - [\Lambda c^2/3]}{8 G \pi}$$

mit  $\rho_0 = \Omega \cdot \rho_c$  folgt:  
(Definition)

$$\Omega = \frac{8\pi \cdot G \cdot \rho_0}{3H^2 - [\Lambda c^2]}$$

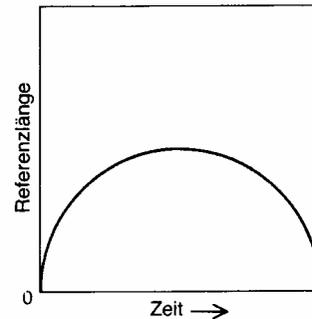
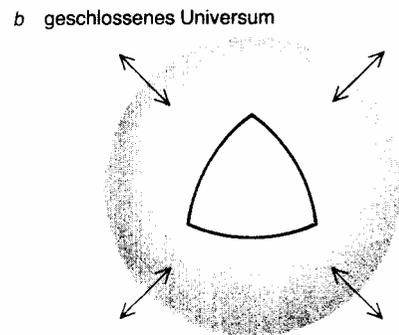
# Zukunft des Universums (vereinfacht)

3 Szenarien für die Zukunft des Universums: (falls  $\Lambda = 0$ )



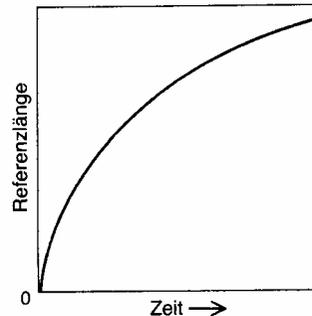
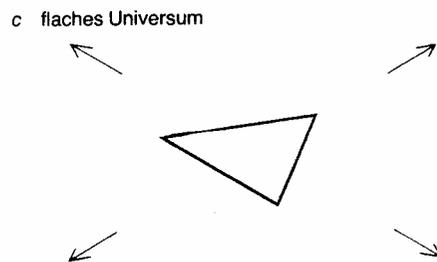
$$\Omega < 1$$

$k < 0$ : Universum offen,  
unendliche Expansion



$$\Omega > 1$$

$k > 0$ : Universum geschlossen,  
„Big Crunch“



$$\Omega = 1$$

$k = 0$ : Universum flach,  
asymptotische Expansion

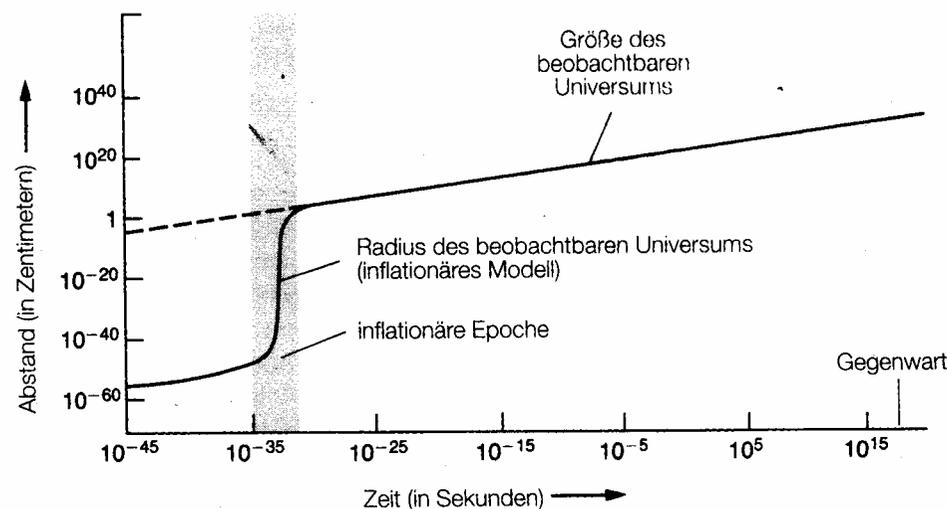
# Inflation

Vermutung  $\Omega = 1$ , da  $\Omega(t) = k \left( \frac{dR(t)}{dt} \right)^{-2} + 1$  für  $k \neq 0$  instabil ist.

Beispiel:  $\Omega(\text{heute}) = 1 - 10^{-2}$      $\Omega(1 \text{ s}) = 1 - 10^{-16}$

deshalb **inflationäres Universum**:

in inflationärer Phase ( $10^{-34} \text{ s} - 10^{-31} \text{ s}$ ) exponentielle Expansion, dadurch Glättung der anfänglichen Krümmung des Universums und  $\Omega(\text{heute}) = 1$ .



# THEORIE der Expansion

- Gleichungen der Einsteinschen Allgemeinen Relativitätstheorie (ART)

$$H^2(t) = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_{Materie}(t) + \frac{1}{3} \Lambda - (\text{Krümmungsterm})$$

Beschleunigung:

$$\ddot{a}(t) = \frac{1}{3} \left( -4\pi G \cdot \rho_{Materie}(t) + \Lambda \right) a(t)$$

# Qualitative Beschreibung der Expansionsbeschleunigung:

Materie  $\rho$  bremst die Expansion

$$\ddot{a}(t) < 0$$

Wieviel Materie?

Einsteinsche Kosmologische Konstante

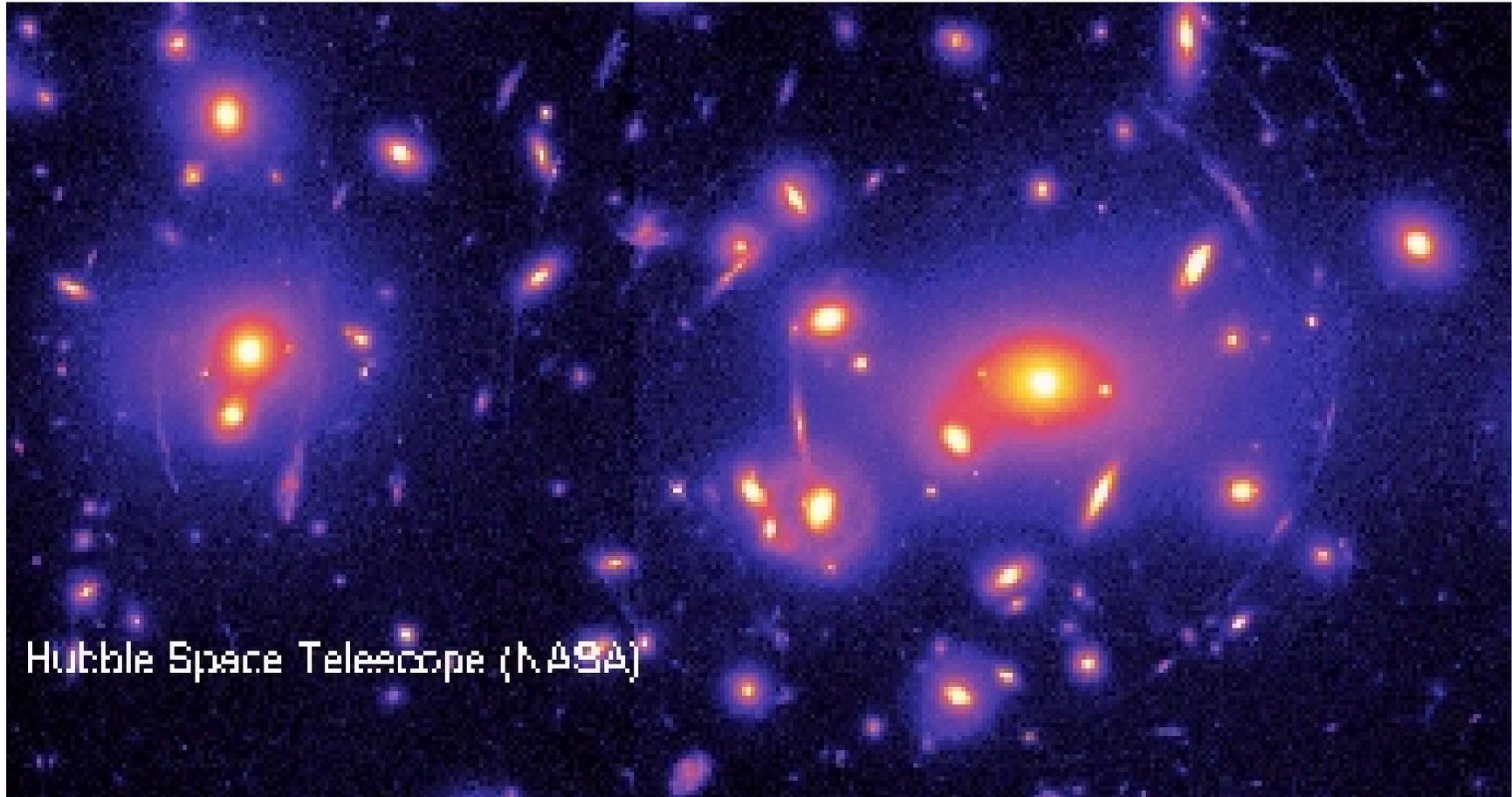
$\Lambda$  beschleunigt die Expansion

$$\ddot{a}(t) > 0$$

ist  $\Lambda = 0$   
oder nicht?

# Gravitationslinseneffekt

Erzeugen von Mehrfachbildern aufgrund von Massen zwischen Quelle und Beobachter

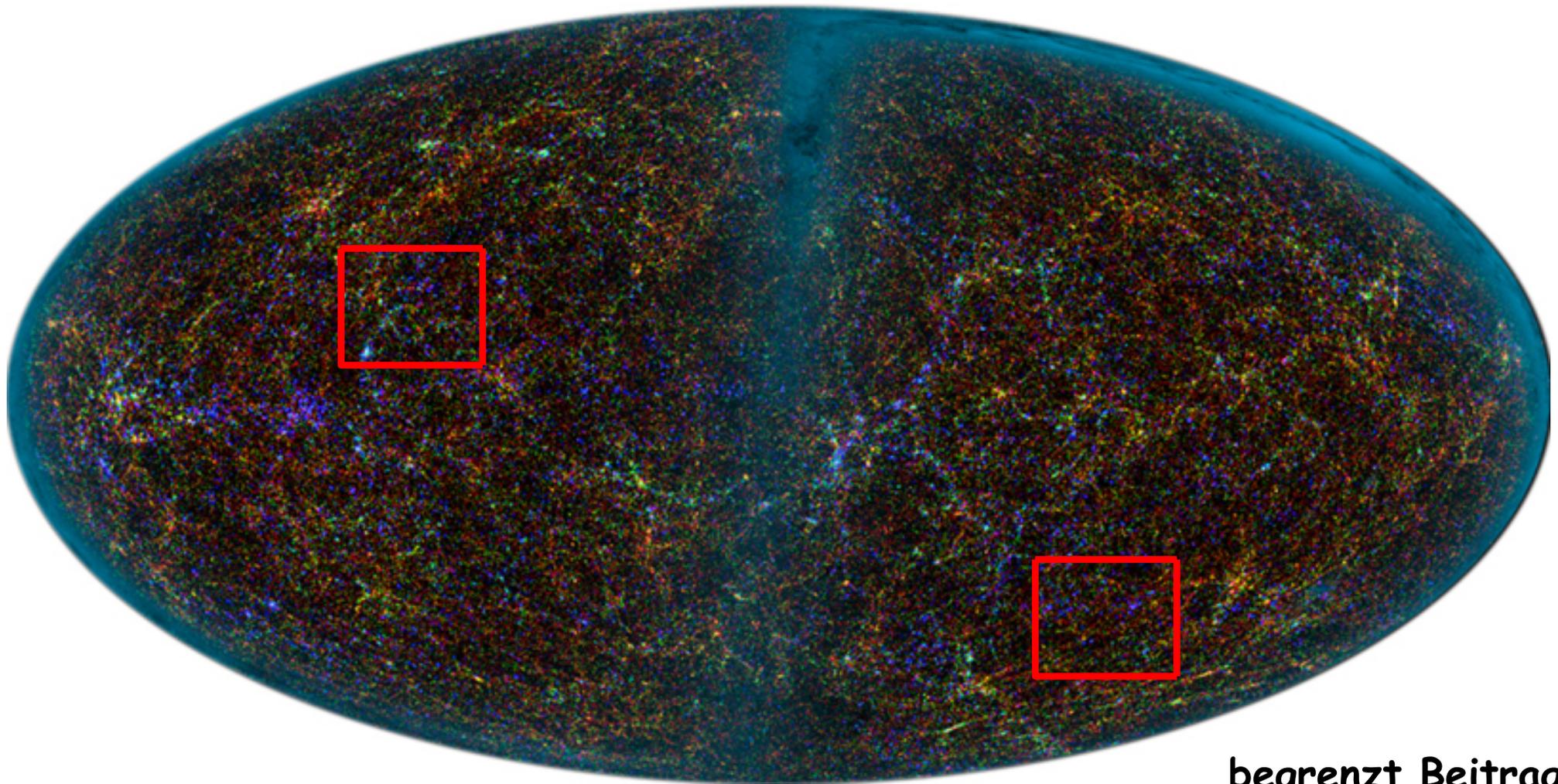


Hubble Space Telescope (NASA)

Galaxienhaufen Abell 2218

**sensitiv auf unsichtbare  
grosse Massen**

# Verteilung der Galaxien über den ganzen Himmel



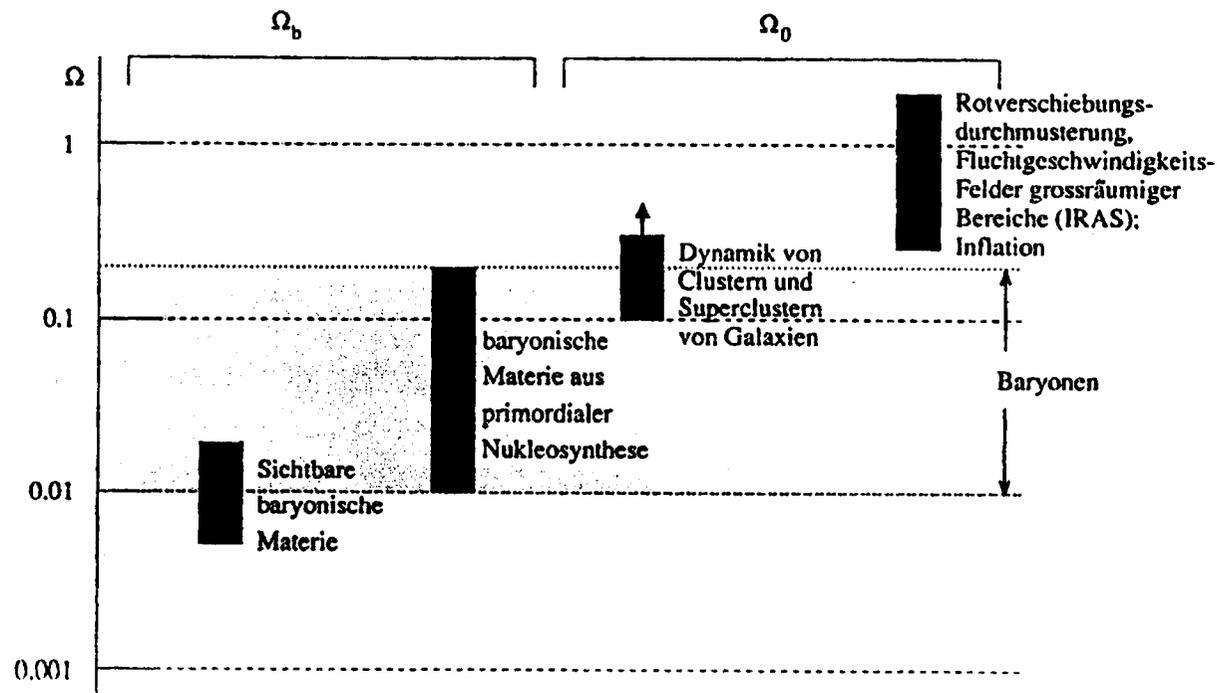
<http://spider.ipac.caltech.edu/staff/jarrett/papers/LSS/>

**begrenzt Beitrag  
von Neutrinos  
und Baryonen**

# Messungen der Dichte

## Messwerte für $\Omega$

- Luminosität von Galaxien:  $\Omega = 0.02$
- Dynamik von Clustern und Superclustern:  $0.1 < \Omega < 0.3$
- Fluchtgeschwindigkeit großräumiger Bereiche:  $0.25 < \Omega < 2$

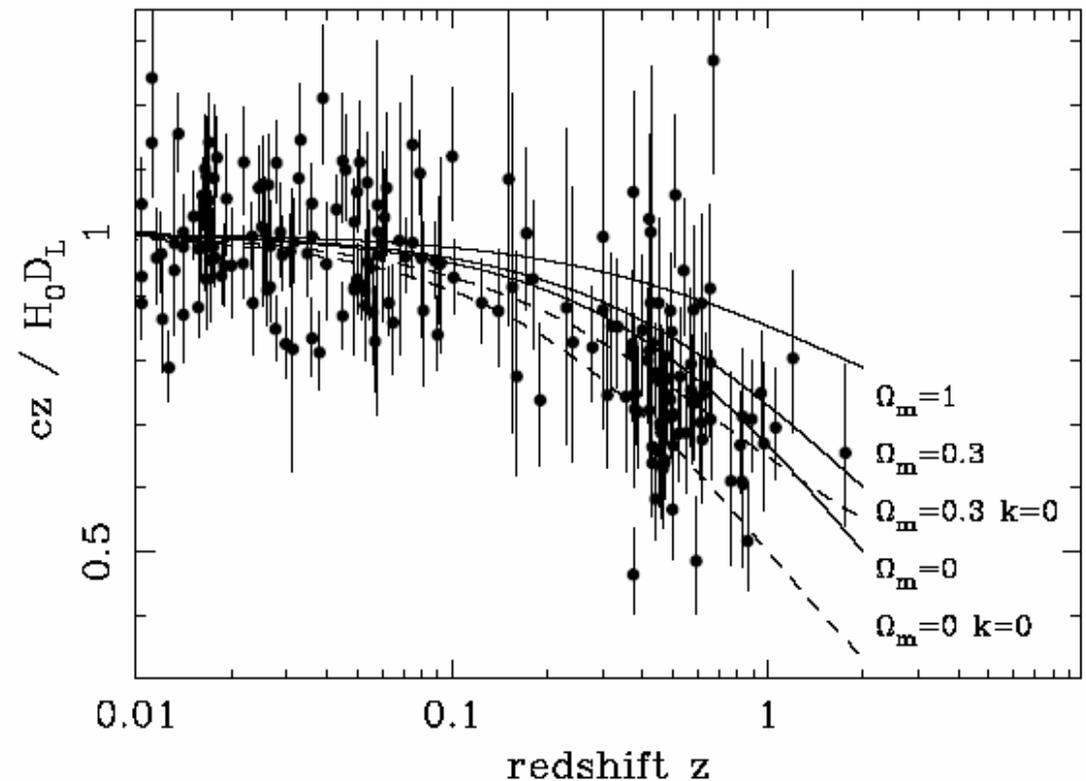


scheinbar kein  
konsistentes  
Bild

# Entdeckung der letzten 10-15 Jahre:

- Supernovae-
- Beobachtungen =>

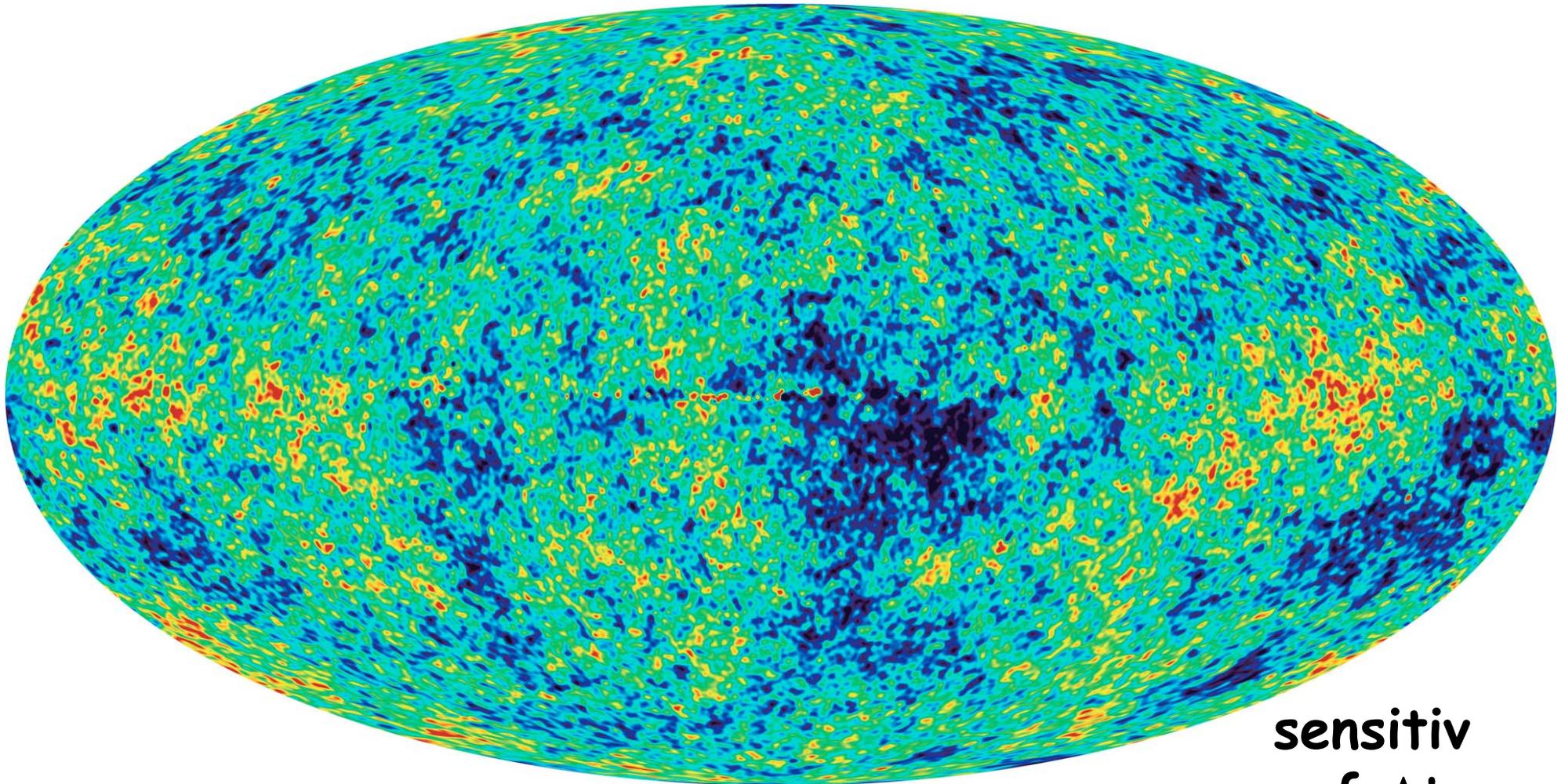
Die Expansion beschleunigt sich!



Ein Beschleunigungsterm wie das  $\Lambda$  ist notwendig

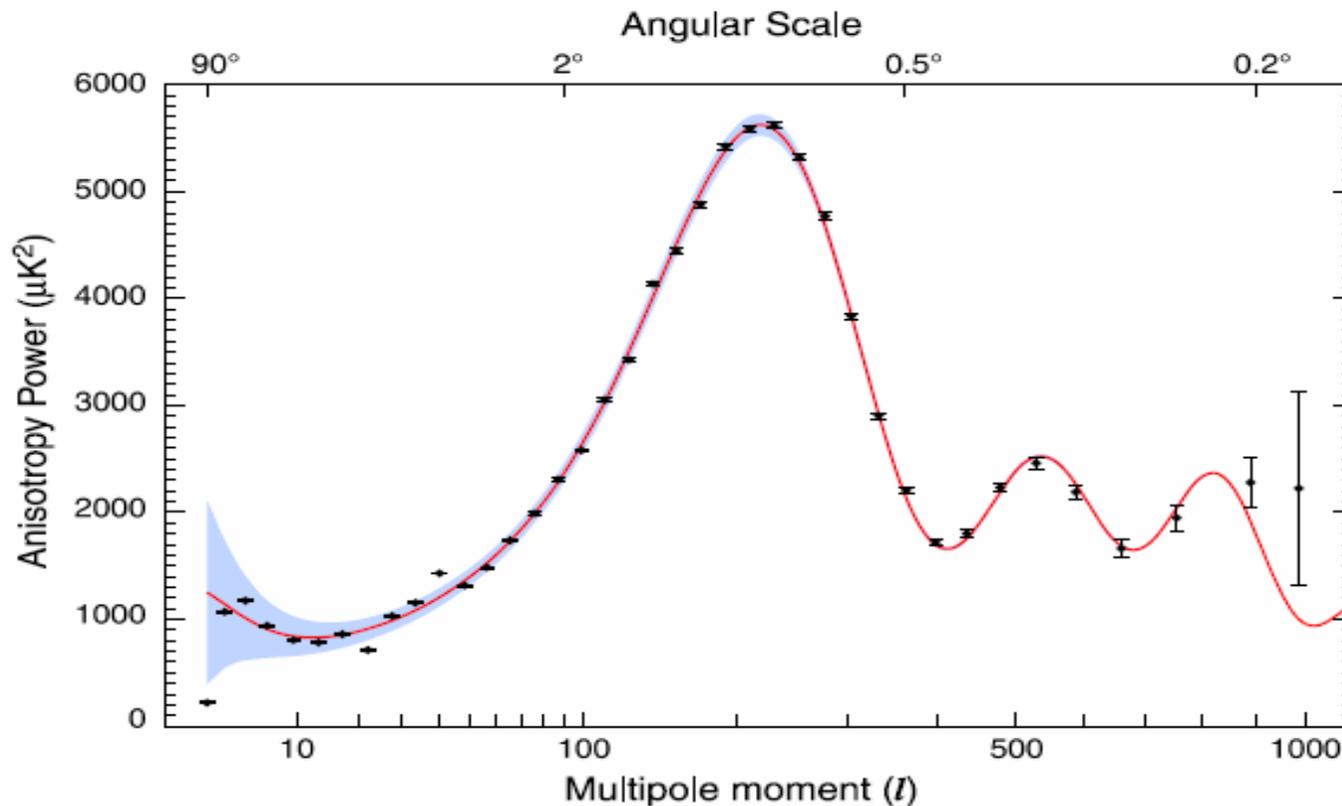
# Kosmische Hintergrundsstrahlung (CMB)

aus allen Himmelsrichtungen mit Temperatur  $T_0 = 2,7..^\circ\text{K}$   
Temperaturschwankungen nur **sehr fein**  $0,000\ 02^\circ\text{K}$  (WMAP Satellit)



**sensitiv  
auf  $\Lambda$ !**

# WMAP Spektrum der Fluktuationen



**Figure 21.2:** The angular power spectrum of the cosmic microwave background temperature from WMAP3. The solid line shows the prediction from the best-fitting  $\Lambda$ CDM model [2]. The error bars on the data points (which are tiny for most of them) indicate the observational errors, while the shaded region indicates the statistical uncertainty from being able to observe only one microwave sky, known as cosmic variance, which is the dominant uncertainty on large angular scales. [Figure courtesy NASA/WMAP Science Team.]

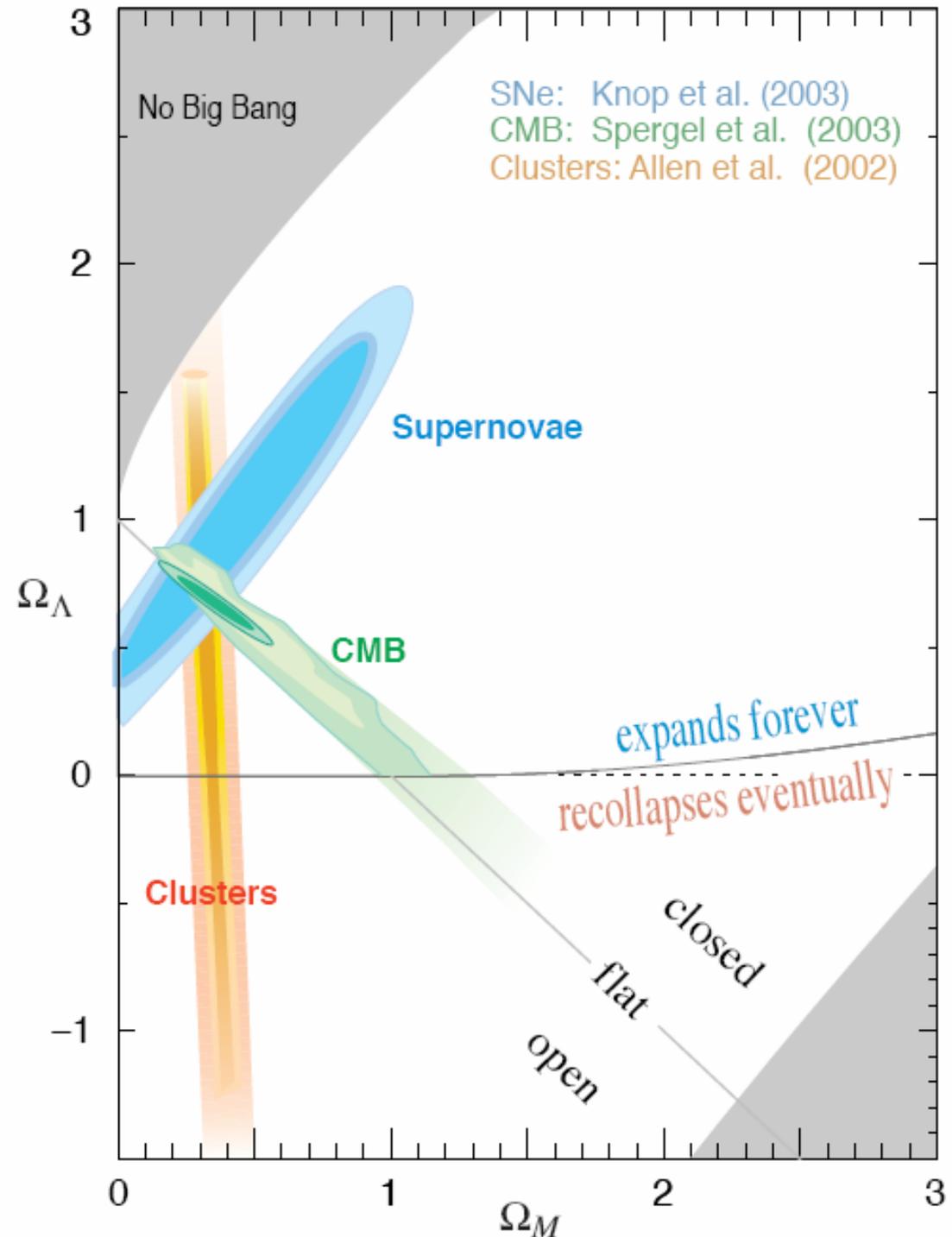
# Dichte



# des Universums

$\Omega_\Lambda$ : Beitrag von  $\Lambda$   
zur kritischen Dichte

$\Omega_M$ : Beitrag der Materie  
zur kritischen Dichte



# Was bewirkt die Beschleunigung?

## ■ Naturkonstante

= kosmologische Konstante  $\Lambda$  à la Einstein?

Wert:  $\sim$  meV

## ■ Energie des Vakuums (Quanteneffekt)?

Zu erwarten, aber Theoretiker können sie nicht berechnen  
(sie können schon, aber der Wert liegt bis zu  
120 Größenordnungen daneben ...)

## ■ Quintessenz? Ein neues Feld $\approx \Lambda(t)$ ?

Vorschlag von Ch. Wetterich (Heidelberg) u.A.

# Dunkle Energie

Naturkonstante  $\Lambda$ , Vakuumenergie,  
Quintessenz, ???

Kosmologen brauchen *irgendetwas* davon:

„DUNKLE ENERGIE“

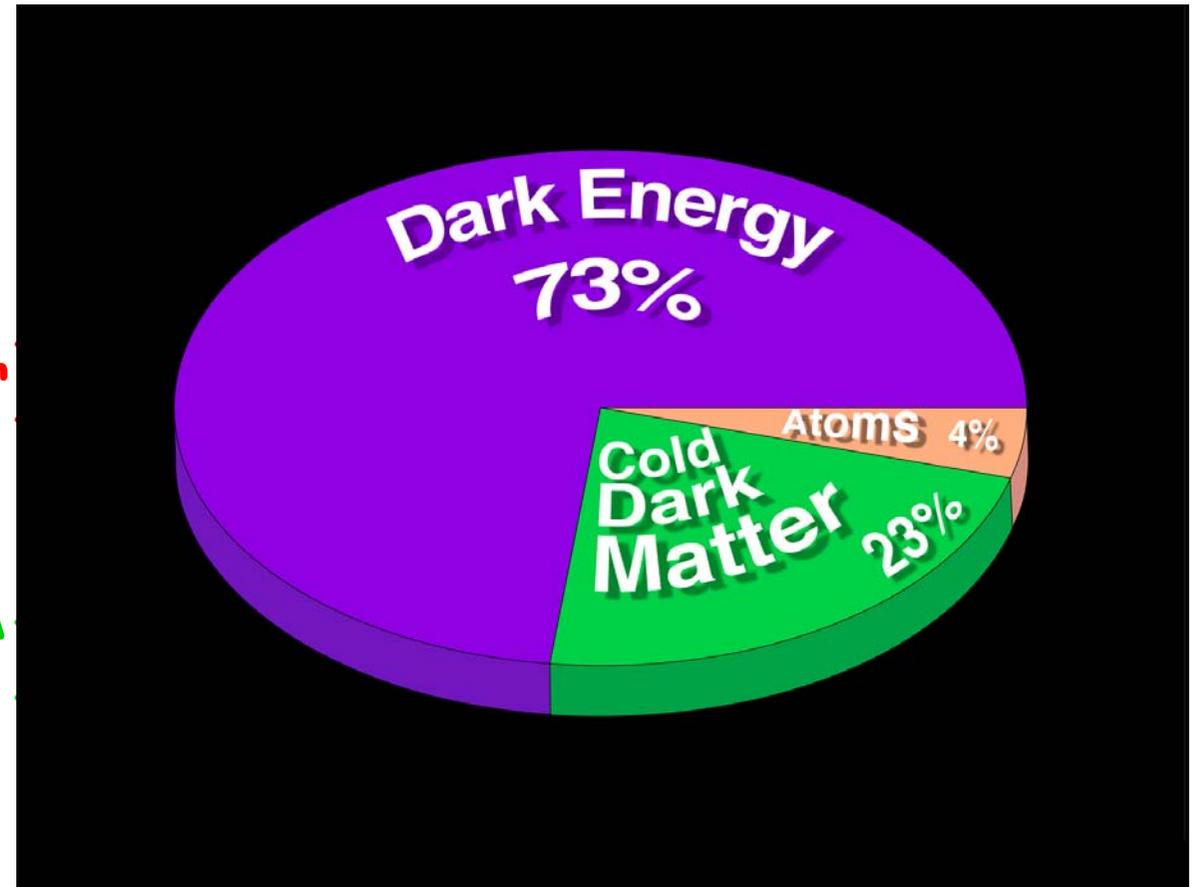
Niemand weiss, was das ist,

weil es **durchsichtig** (unbeobachtbar) ist!

- Spannung des leeren Raumes („negativer Druck“)
- Eine ganz neue Kategorie?

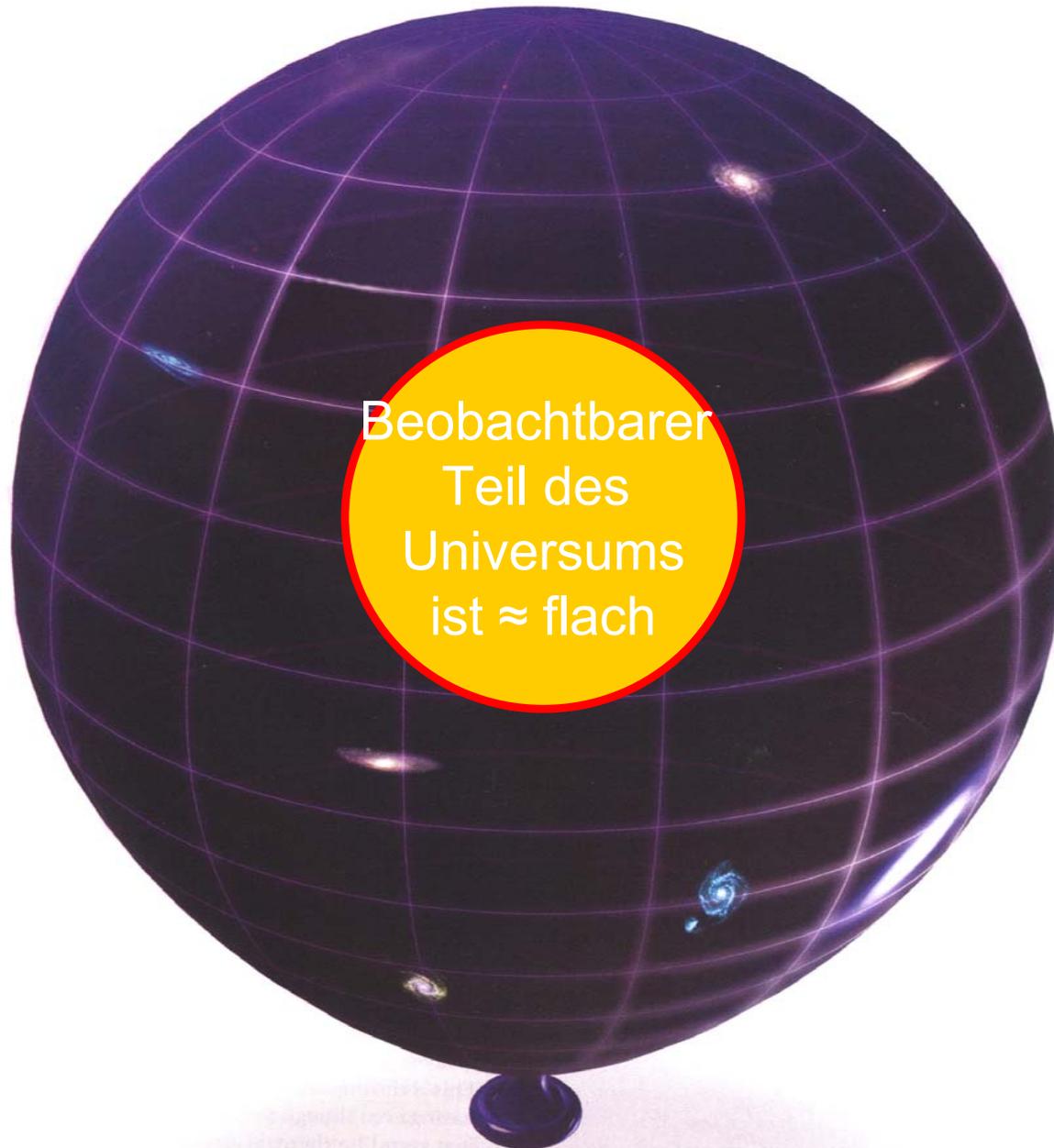
# Energie im heutigen Universum

- 73±% dunkle Energie dominiert
- 4% bekannte Materie ≈ Atome (Sterne, H-Gas, wir)
- 23±% unbekannte Materie („dunkle Materie“)
- Materie bremst, dunkle Energie beschleunigt die Expansion



WMAP

# Beobachtung: Universum fast flach!

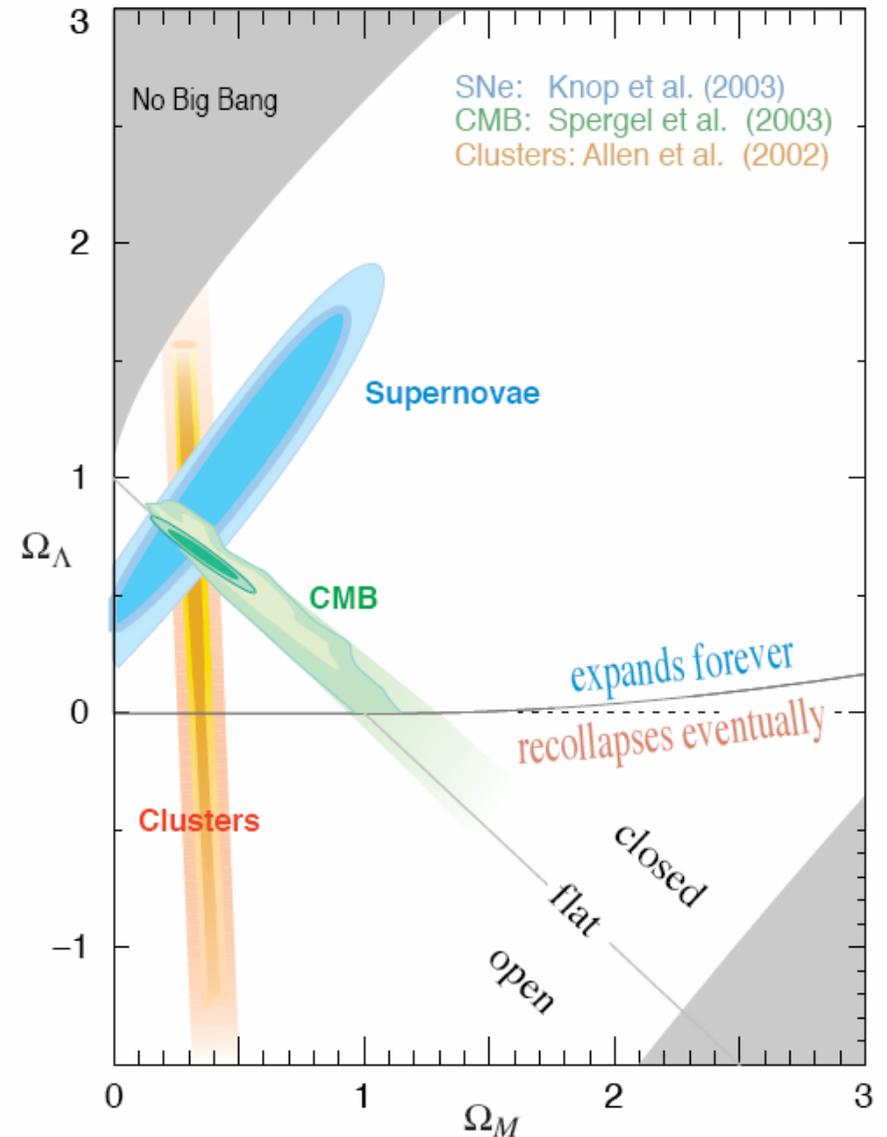


Beobachtbarer  
Teil des  
Universums  
ist  $\approx$  flach

Luftballon-  
Oberfläche  
als 2-dim  
Modell des  
Universums

# Wie gross ist das Universum?

- Wir wissen es nicht genau
  - Radius auf jeden Fall sehr gross (Universum fast flach)
- könnte aber gerade eben noch geschlossen sein!



# Was ist die Masse des Universums?

- Frage nur sinnvoll für geschlossenes Universum
- nur  $\Lambda$ :  $\rho \cdot 2\pi^2 R^3 = \pi c^2 / 2G\sqrt{\Lambda}$
- mit Materie: größer!

# Zukunft des Universums?

