

6. Vorlesung

■ 7. Die Protonenmasse

- Die Energiedichte des QCD-"Vakuums"

- Hadron-Massen im statischen Quarkmodell

Literatur: Perkins, Introduction to High Energy Physics

- Nukleon-Masse aus Gitter-Eichtheorie (Quarks + Gluonen)

- Fazit zur Protonenmasse

■ 8. Die Quarkmassen

- Renormierung und „laufende“ Quarkmassen

 - Beziehung zur Quantenelektrodynamik

- Beziehung zwischen „nackter“ und effektiver Quarkmasse

- Die Top-Quark-Masse

- Quarkmassen: Was wissen wir?

Das Proton: Einleitung

- Im Gegensatz zum Elektron: Proton ist **zusammengesetztes** Teilchen
-> **Proton-Masse = Summe der Energien der Konstituenten und/oder Felder im Proton, prinzipiell berechenbar!**
(analog zu Aufgabe 1 und 2)
- Atome, Moleküle, Kerne, ... : Masse ist im wesentlichen = Summe der Massen der Konstituenten, mit kleinen Korrekturen aufgrund der Bindungsenergie/Felder (siehe z.B. Aufgabe 3)
- **Proton: Neu: Masse wird dominiert von Feld/Bindungseffekten.**
Viele verschiedene Darstellungsmöglichkeiten (Näherungen):
 - NUR Feldenergie oder
 - NUR effektive Quarkmassen oder
 - Kombination von "nackten" Quarkmassen + Bewegungsenergie + Gluon-Felder
(dynamische Energie der Gluonen)



Yoichiro
Nambu
(Nobel 2008)

Giovanni
Jona-Lasinio
2

Warum ist die Proton-Masse wichtig?

- 99% der Masse, aus der wir und unsere unmittelbare Umgebung bestehen, steckt in den Massen der Protonen und Neutronen der Atomkerne ($\sim 1\%$ Elektronmasse + Kern-Bindungsenergie).
- Protonen und Neutronen bestehen aus Quarks und Gluonen. Ihre Dynamik wird von der QCD beschrieben, $m_p \approx m_n$
Besonderheit: Laufende Kopplungskonstante α_s liefert charakteristische Energieskala Λ_{QCD}
- Asymptotische Freiheit \rightarrow Effekte bei kleinen Abständen tragen wenig zur Proton-Masse bei.
- Confinement ("große" Abstände) \Rightarrow Die Proton-Masse wird dominiert von Effekten bei der Skala $\sim \Lambda_{\text{QCD}}$ (~ 1 fm).

Die laufenden Kopplungskonstanten

QED:

laufende e/m Kopplungskonstante:

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(Q_0^2)}{1 - \alpha/3\pi \ln(Q^2/Q_0^2)}$$

(siehe 3. Vorlesung)

$\alpha(0) \sim \alpha(2m_e)$ endlich

QCD:

laufende starke Kopplungskonstante:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{1 + \alpha_s (33-2N_F)/12\pi \ln(Q^2/Q_0^2)}$$

N_F = Zahl der Quark-Flavour

alternativ:

laufende starke Kopplungskonstante:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{(11-2/3 N_F) \ln(Q^2/\Lambda^2)}$$

$\Lambda \sim 250 \text{ MeV}$
= "Energieskala,
bei der $\alpha_s \rightarrow \infty$ "



The Nobel Prize in Physics 2004

"for the discovery of asymptotic freedom in the theory of the strong interaction"



David J. Gross

1/3 of the prize
USA

Kavli Institute for
Theoretical Physics,
University of
California
Santa Barbara, CA,
USA

b. 1941



H. David Politzer

1/3 of the prize
USA

California Institute
of Technology
(Caltech)
Pasadena, CA, USA

b. 1949



Frank Wilczek

1/3 of the prize
USA

Massachusetts
Institute of
Technology (MIT)
Cambridge, MA,
USA

b. 1951

Proton-Struktur und Proton-Masse

■ Strategien:

1. Das ganze Proton: $\text{Masse} = \text{Energiedichte} \times \text{Volumen}$? (semi-klassisch, siehe Aufgabe)

2. Statische Valenzquarks:

Protonmasse = Summe der "effektiven" Valenzquarkmassen? (siehe Aufgabe)

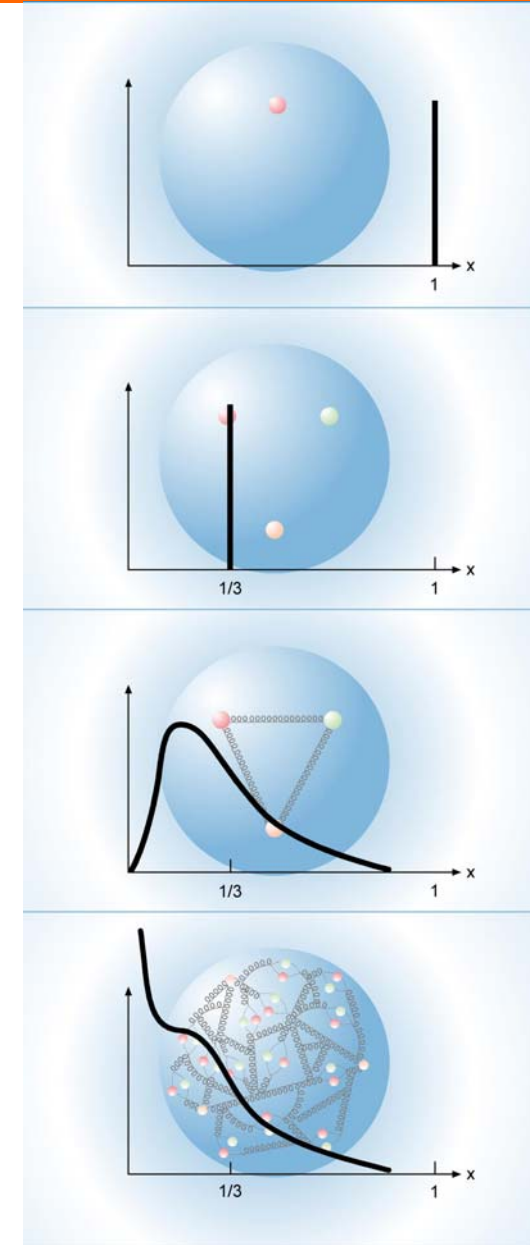
3. Dynamische Valenzquarks:

Berücksichtigung von "effektiven" Quark-Quark-Wechselwirkungen

4. Vollständige Quantenchromodynamik:

Berechnung der Proton-Masse aus Dynamik der (See-)Quarks und Gluonen

-> brauche Verständnis der Protonstruktur!



Das Proton als gleichförmige Kugel

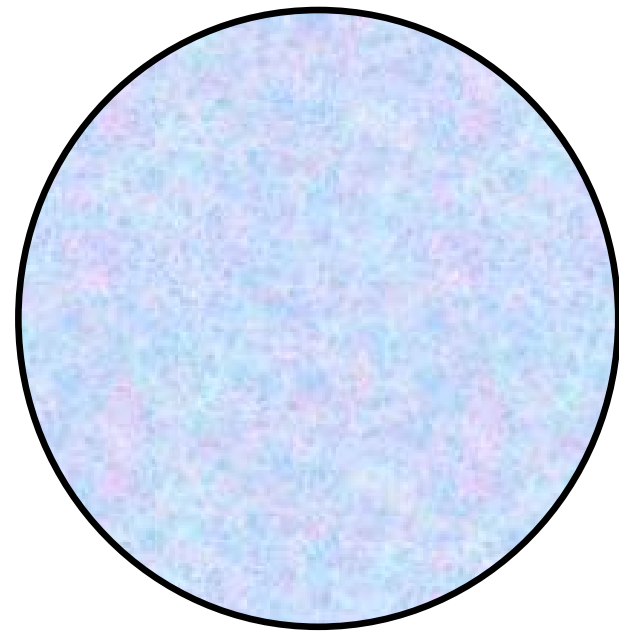
sehr grobe Näherung!

- Radius $r \sim 0.8 \text{ fm}$ (aus Streumessungen)
- Energiedichte $\sim \Lambda^4$ $\Lambda_{\text{QCD}} \sim 250 \text{ MeV}$
("Quark-Gluon-Suppe")

$$m_p \sim \frac{4}{3} \pi r^3 \Lambda^4$$
$$\sim 1 \text{ GeV}$$

tatsächlicher Wert:

$$0.938 \text{ GeV}$$

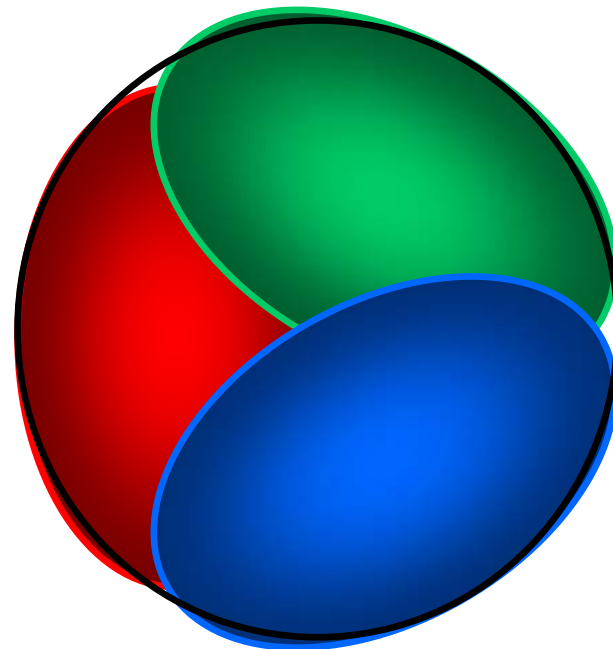


Das Proton als statisches 3-Quark-Objekt

sehr grobe Näherung!

- ρ : $q\bar{q}$, $m_\rho = 776 \text{ MeV} \Rightarrow m_q \sim 388 \text{ MeV}$
- p : $qqq \Rightarrow m_p \sim 3 \cdot 388 \text{ MeV} \sim 1 \text{ GeV}$

("Quark-Gluon-Suppe",
verteilt auf
3 quarks)



Das Proton als 3-Quark-Objekt mit Spin

- Effektive Quarkmasse (wie vorher),
aber Berücksichtigung von Spin-Spin-
Wechselwirkungen
("Hyperfeinstruktur")

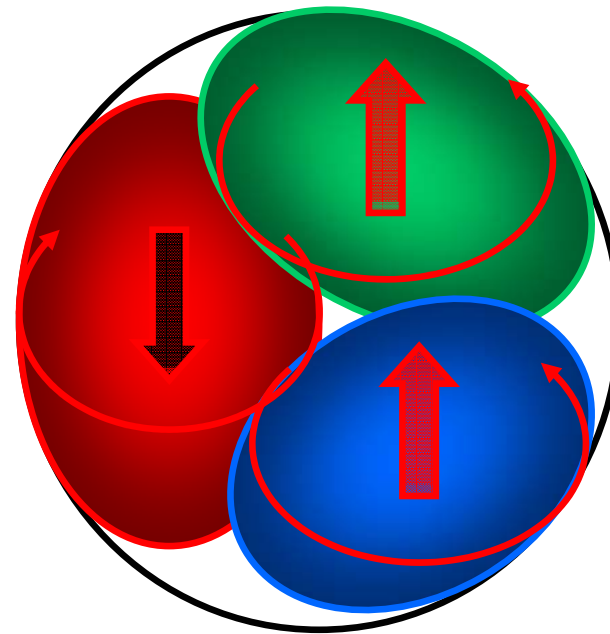
$$m_p = 2m_u + m_d + \Delta E$$

Farb-Dipolmoment (e =Farbladung)

$$\boldsymbol{\mu}_i = \frac{e_i}{2m_i} \boldsymbol{\sigma}_i$$

analog zu Bohrschem Magneton,
liefert Beitrag

$$\Delta E = \frac{2\pi}{3} \frac{e_i e_j}{m_i m_j} |\psi(0)|^2 \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j,$$



Baryon-Oktett und Proton-Wellenfunktion

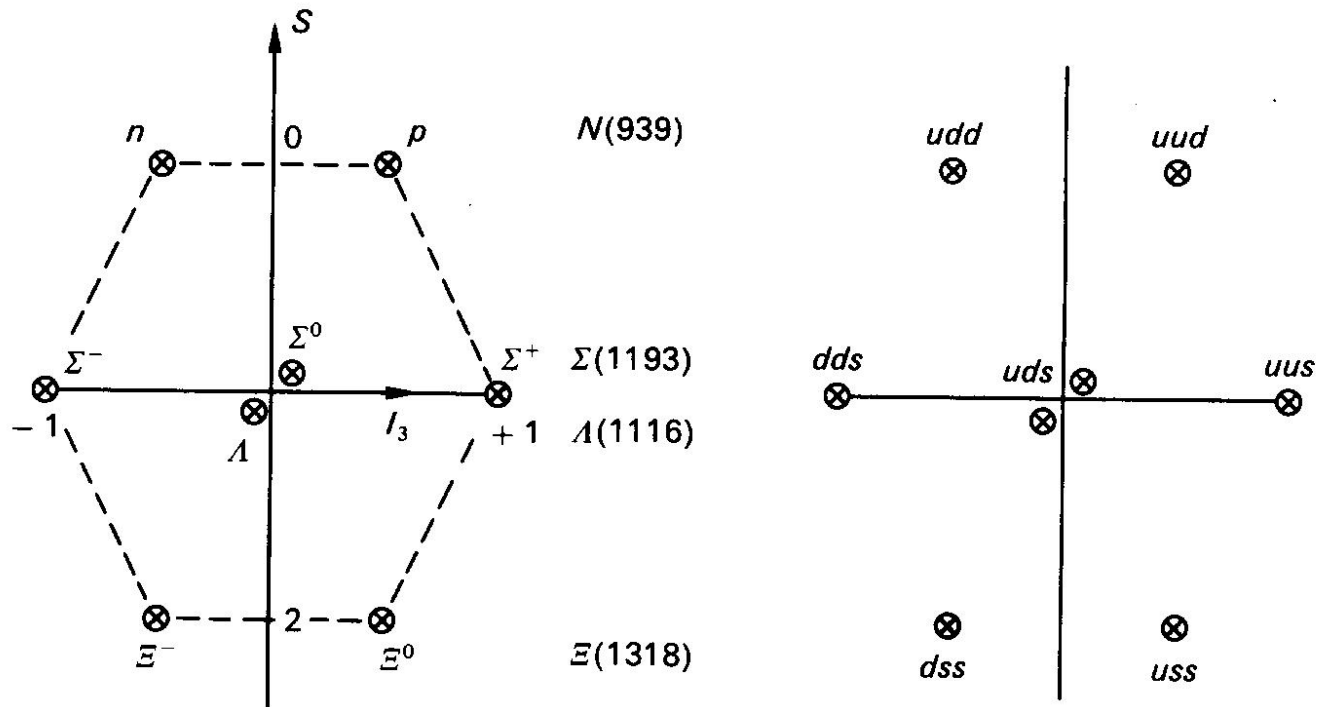


Fig. 5.4 The baryon octet of spin-parity $\frac{1}{2}^+$. The observed states are given on the left, and quark flavor assignments on the right.

Proton-Wellenfunktion
(aus Symmetrieargumenten):

$$\phi(P, J_z = +\frac{1}{2}) = \frac{1}{\sqrt{18}} [2u\uparrow u\uparrow d\downarrow + 2d\downarrow u\uparrow u\uparrow + 2u\uparrow d\downarrow u\uparrow$$

$$- u\downarrow d\uparrow u\uparrow - u\uparrow u\downarrow d\uparrow - u\downarrow u\uparrow d\uparrow$$

$$- d\uparrow u\downarrow u\uparrow - u\uparrow d\uparrow u\downarrow - d\uparrow u\uparrow u\downarrow].$$

jedes qq-Paar liefert Beitrag
 ΔE zur Hyperfeinstruktur

Berechnung der Spin-Spin-Kopplungen

$$\Delta E(Q\bar{Q}) = \frac{8\pi\alpha_s}{9m_i m_j} |\psi(0)|^2 \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j,$$

$$\Delta E(QQ) = \frac{4\pi\alpha_s}{9m_i m_j} |\psi(0)|^2 \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j,$$

QQ - Kopplung schwächer
als $\bar{Q}Q$ -Kopplung
(siehe Farbkreis)

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j &= 4\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j = 2[S(S+1) - s_i(s_i+1) - s_j(s_j+1)] \\ &= \begin{cases} +1 & \text{for } S=1, \\ -3 & \text{for } S=0. \end{cases} \end{aligned}$$

$$K = 4\pi\alpha_s |\psi(0)|^2 / 9.$$

$$\Rightarrow \text{mit } \mathbf{S} = \mathbf{s}_i + \mathbf{s}_j + \mathbf{s}_k,$$

$$\begin{aligned} \sum \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j &= 4 \sum \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j = 2[S(S+1) - 3s(s+1)] \\ &= \begin{cases} +3 & \text{for } S = \frac{3}{2}, \\ -3 & \text{for } S = \frac{1}{2}. \end{cases} \end{aligned}$$



$$(\Delta E)_\Delta = + \frac{3}{m_u^2} K,$$

($\hat{u}\hat{u}\hat{u}$)

$$(\Delta E)_N = - \frac{3}{m_u^2} K,$$

Wellenfunktion
vorige Seite

Resultat des Fits aller Baryonen

$$m_n (= m_u = m_d) = 363 \text{ MeV},$$

$$m_s = 538 \text{ MeV},$$

$$K/m_n^2 = 50 \text{ MeV}.$$

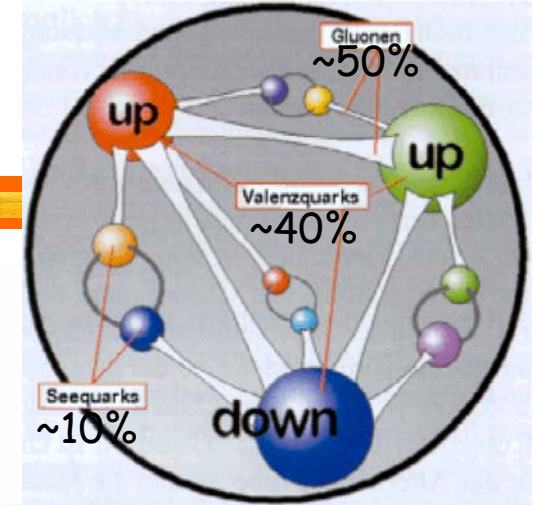
alle Baryonmassen gut beschrieben
(~1%) mit nur 3 Parametern

TABLE 5.4 Masses of baryons predicted from hyperfine-splitting effects (from Rosner 1980)

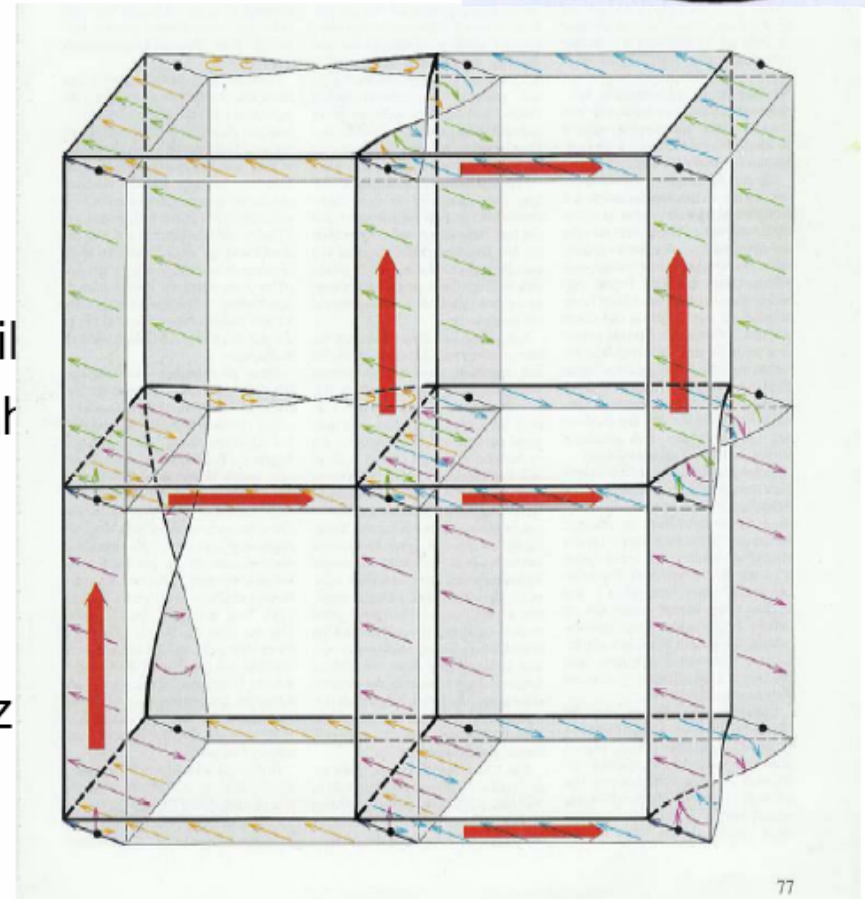
Baryon and mass (MeV)	Quark composition (n denotes u or d)	$\Delta E/K$	Predicted mass, MeV
$N(939)$	$3n$	$-3/m_n^2$	939
$\Lambda(1116)$	$2n, 1s$	$-3/m_n^2$	1114
$\Sigma(1193)$	$2n, 1s$	$1/m_n^2 - 4/(m_n m_s)$	1179
$\Xi(1318)$	$1n, 2s$	$1/m_s^2 - 4/(m_n m_s)$	1327
$\Lambda(1232)$	$3n$	$3/m_n^2$	1239
$\Sigma(1384)$	$2n, 1s$	$1/m_n^2 + 2/(m_n m_s)$	1381
$\Xi(1533)$	$1n, 2s$	$1/m_s^2 + 2/(m_n m_s)$	1529
$\Omega(1672)$	$3s$	$3/m_s^2$	1682

Das Proton in der

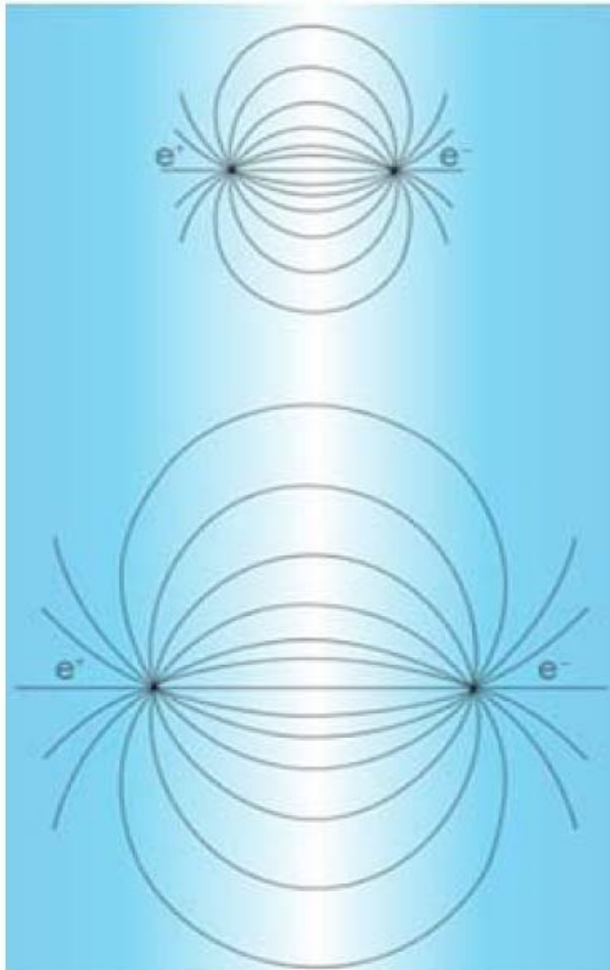
Gittereichtheorie



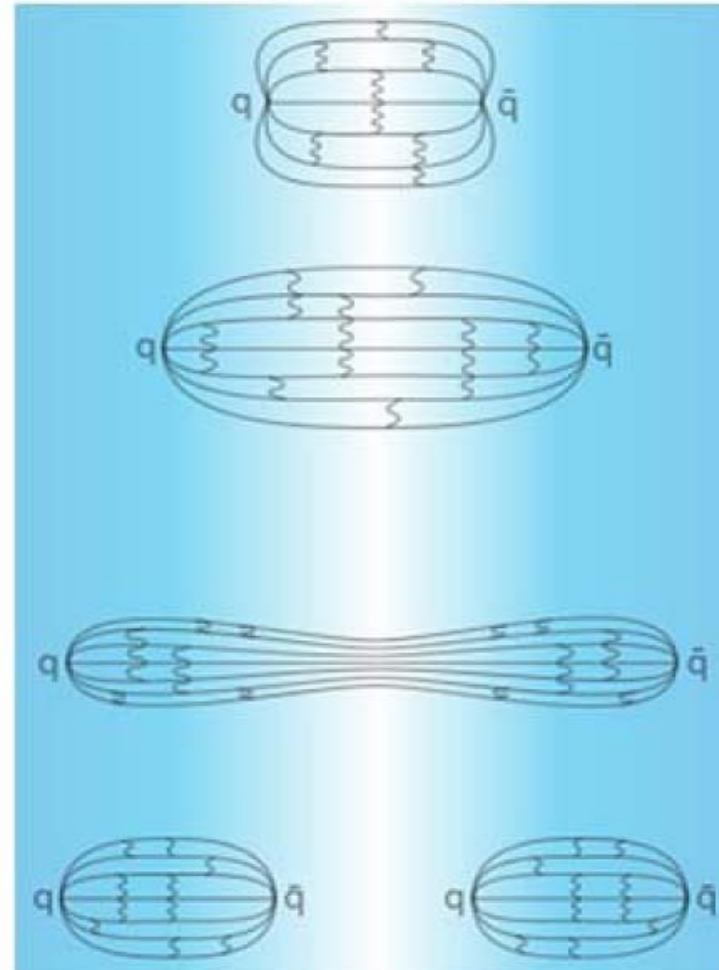
- QCD quantisierte Feldtheorie
- Pfadintegral über alle Quark- und Gluonfeldkongurationen
- Im Allgemeinen nicht analytisch lösbar
- Raum-Zeit wird in diskretes Gitter aufgeteilt
- Zahl der Freiheitsgrade auf endliche Anzahl beschränkt
- Quarks sitzen auf Kreuzungspunkten
- Gluonen auf den Verbindungslinien
- Maschen verkleinern führt zur Konvergenz gegen Kontinuum
- Numerische Verfahren möglich: Monte Carlo Simulation



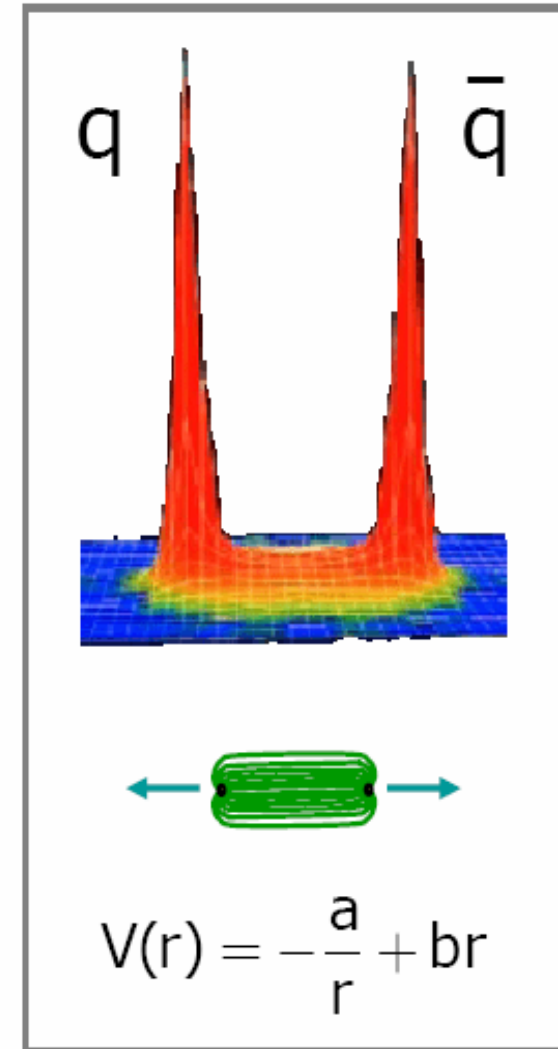
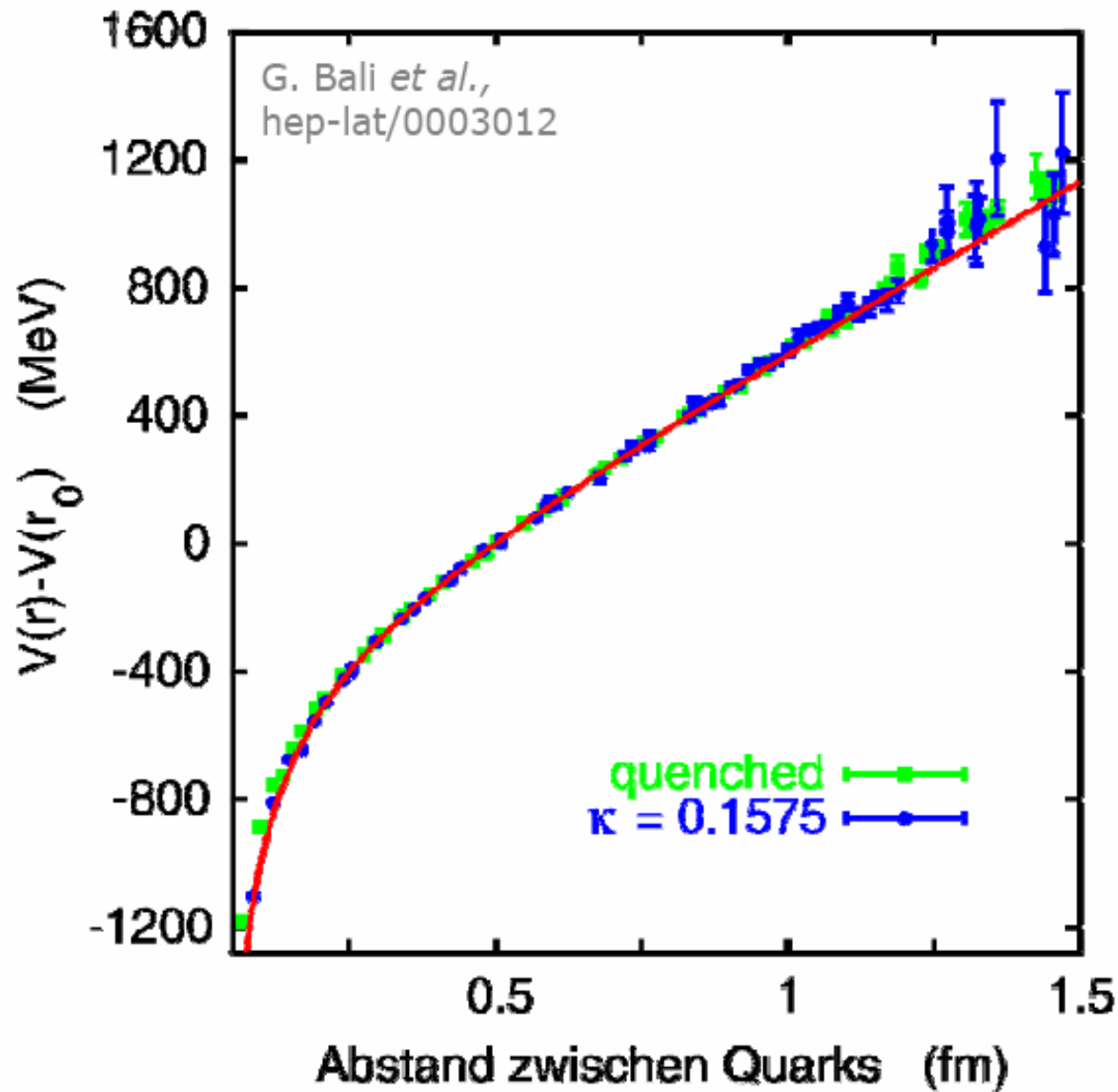
QED



QCD

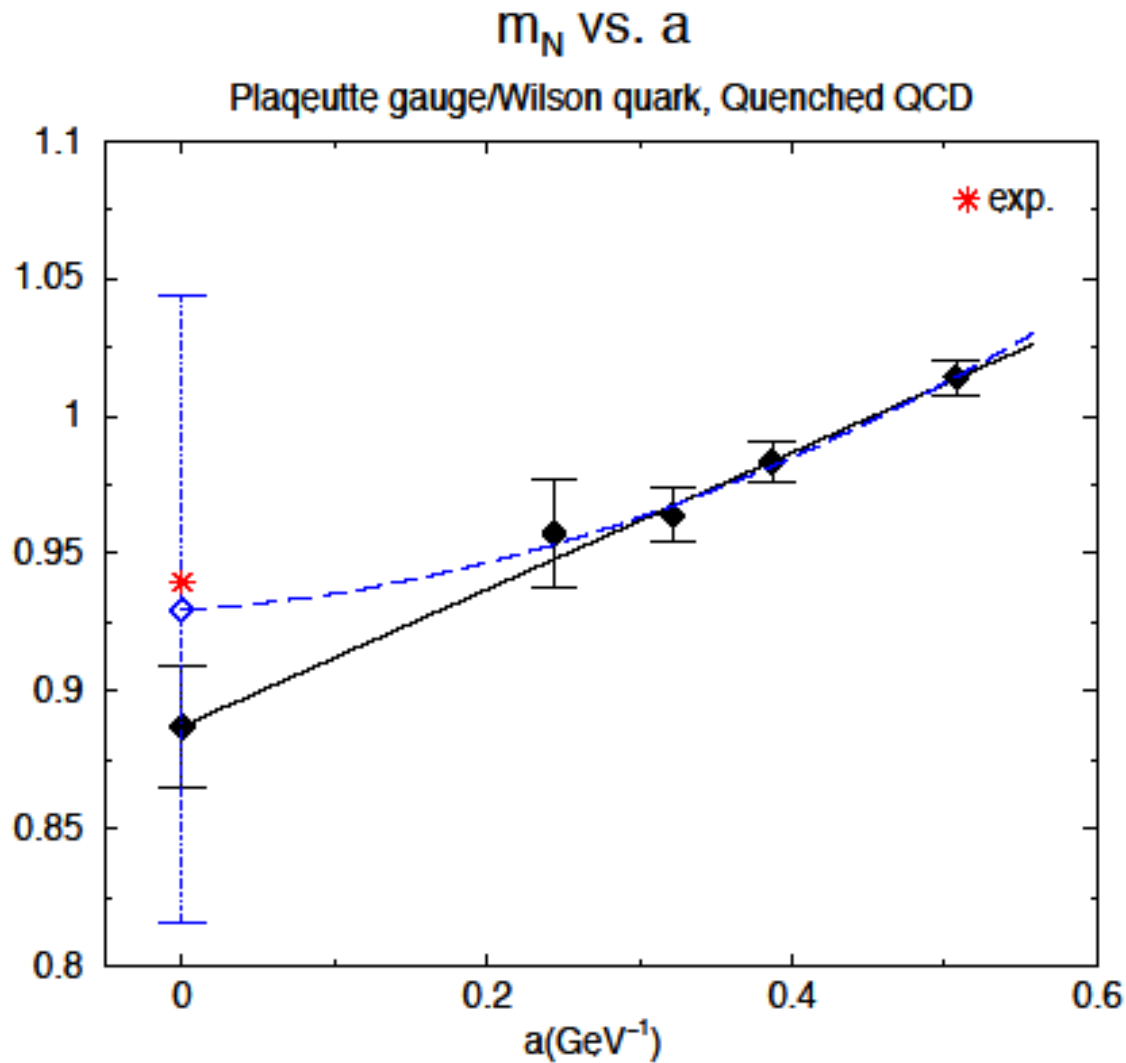


QCD-Potential vom Gitter



Die Nukleon-Masse

12. Continuum extrapolation



aus der Gittereichtheorie.
Näherung: nur Gluonen und
masselose Valenz-Quarks!

zwei Parametrisierungen:

$$m_N(a) = m_N(0) + C_1 a$$

$$m_N(a) = m_N + C_1 a^2 + C_2 a^2$$

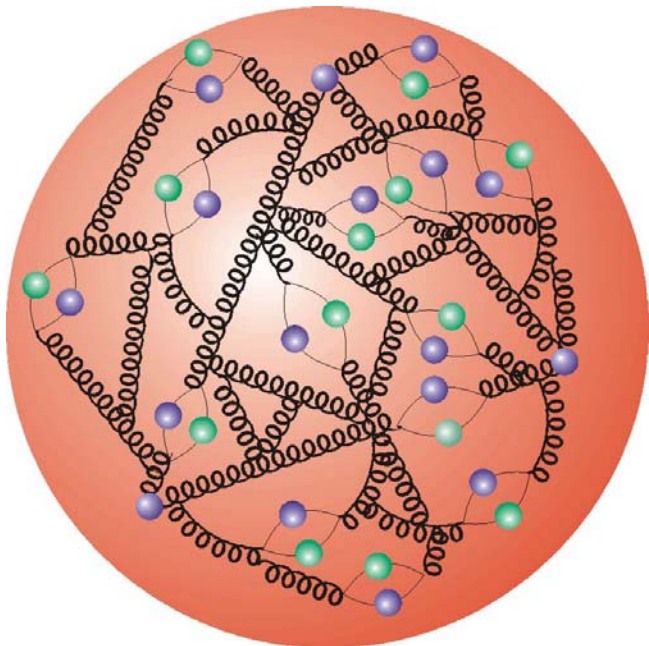
**Masse aus masselosen
Konstituenten!**

Lattice spacing

Das Proton: Quarks und Gluonen

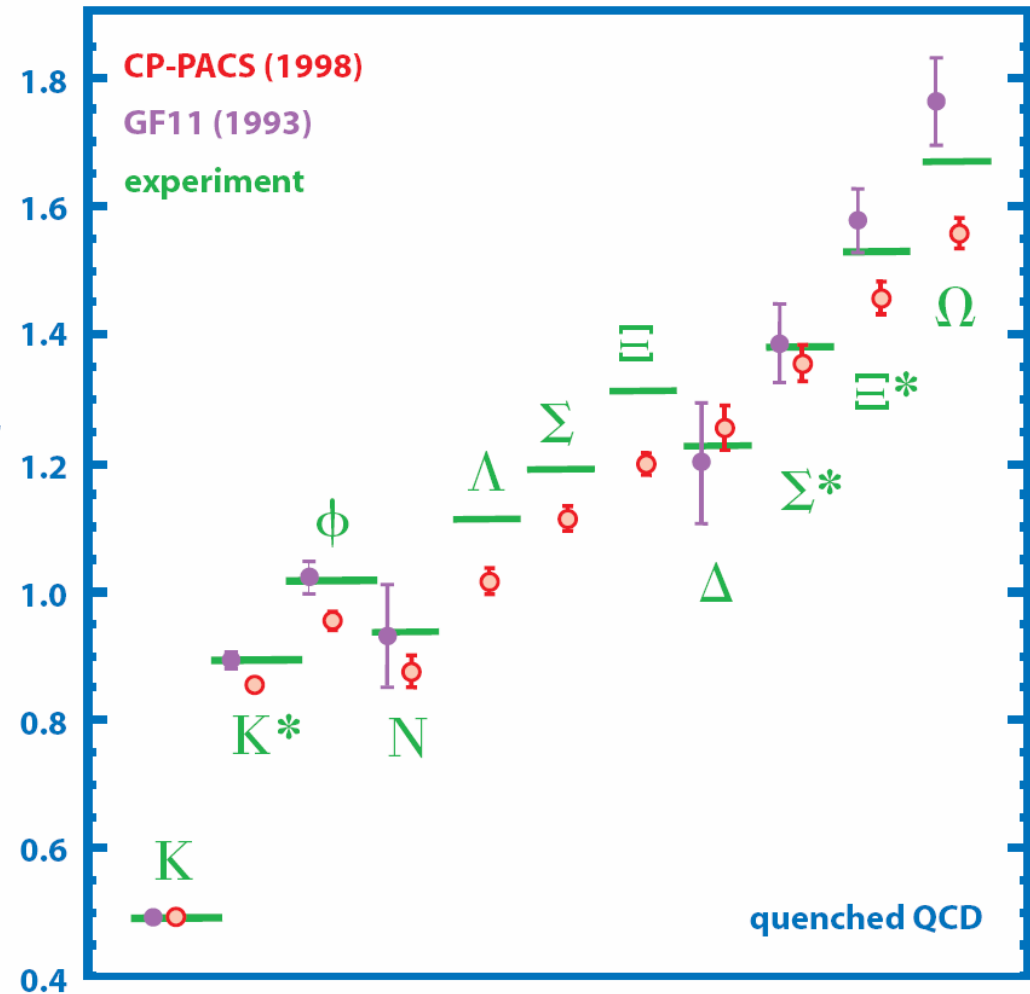
Gitter-Eich-Theorie:

- masselose Gluonen
- (fast) masselose Quarks
- sonst (fast) nichts



geht noch besser! (später)

m_{had}
[GeV]

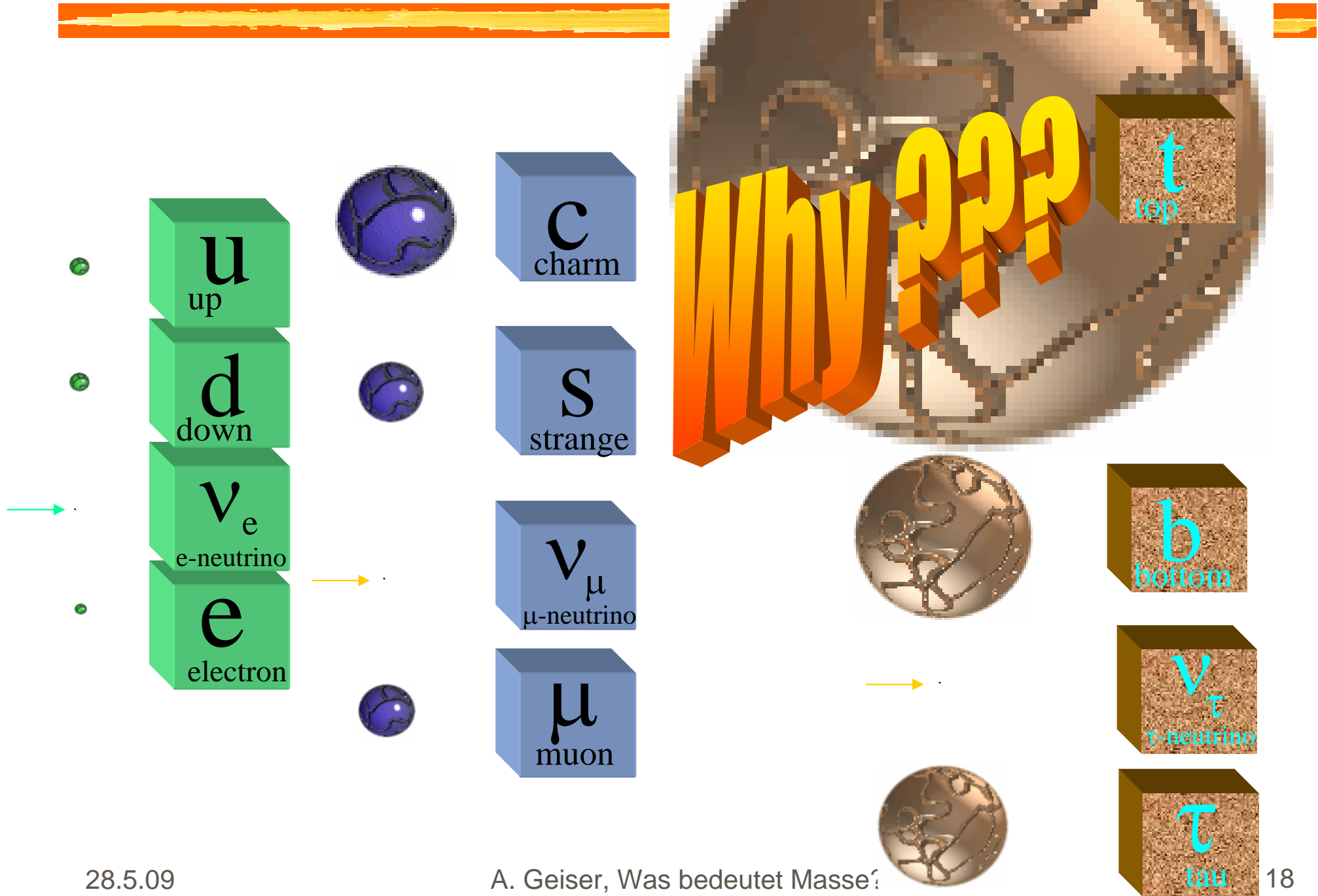


© Center for Computational Physics, University of Tsukuba

Fazit zur Proton-Masse:

- 99% der Masse, aus der wir und unsere unmittelbare Umgebung bestehen, steckt in den Massen der Protonen und Neutronen der Atomkerne ($\sim 1\%$ Elektronmasse + Kern-Bindungsenergie).
- $\sim 90\%$ der Protonmasse ergibt sich aus der Bewegungsenergie (Feldenergie) der (fast) masselosen Quarks und masselosen Gluonen.
=> dynamische Massengenerierung.
Rest stammt aus Einfluss der (renormierten) Quark-Massen und QED-Beitragen.
- Im Gegensatz zu den Quark- und Lepton-Massen ist die Protonmasse berechenbar! (aus gemessenen Werten von α_s oder Λ_{QCD}). Derzeitige Genauigkeit: $\sim 10\%$ (Gittereichtheorie)

The Mystery of Mass



Die laufende Quarkmasse

■ QED: Elektronmasse (nach Renormierung):

für $Q \ll 2m_e$: klassische Formeln gelten (Δm = klassische Feldenergie $\sim 1/r$)

für $Q \gg 2m_e$: $m(Q) = m(0) (1 - \alpha/\pi - 3\alpha/4\pi \ln(Q^2/m(0)^2))$

renormierte Masse

Integral über "klassischen" Anteil

Vakuumfluktuationen (Ladungsverschm.)

$m(0) = 0.511 \text{ MeV}$, $\alpha = 1/137$

■ QCD: Quarkmasse, z.B. u-Quark (nach Renormierung)

für $Q \approx \Lambda_{\text{QCD}}$: α_s divergiert \rightarrow klassische Feldenergie divergiert

\rightarrow kein klassischer Grenzfall! (freie Quarks existieren nicht)

effektive Masse $m_u \sim m_d \sim 350 \text{ MeV} \sim \Lambda_{\text{QCD}}$

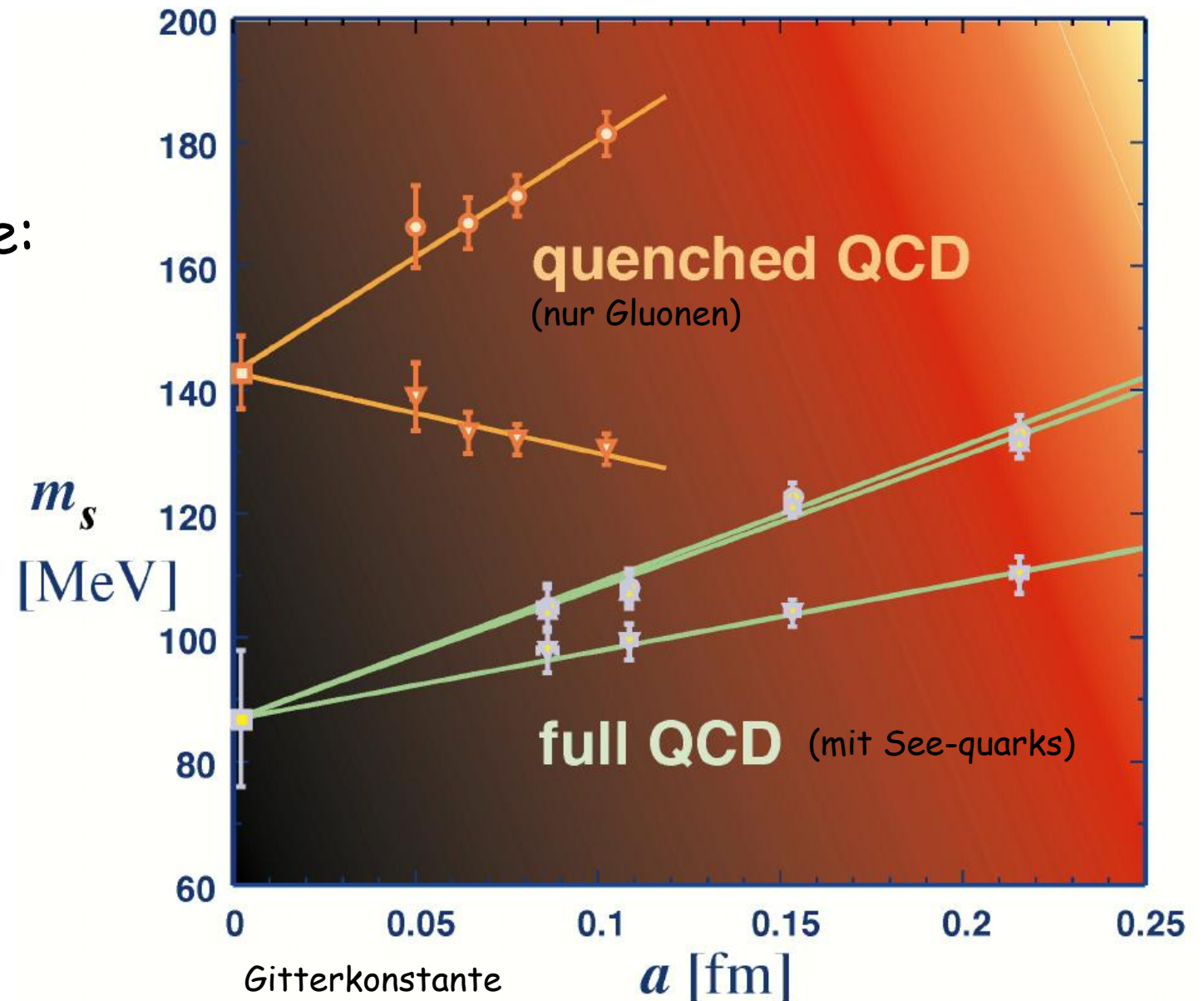
für $Q \gg m, \Lambda_{\text{QCD}}$: $m(Q) = m(Q_0) (1 - \alpha_s/\pi \ln(Q^2/Q_0^2))$

wie QED, nur mit zusätzlichem Faktor $C_F=4/3$

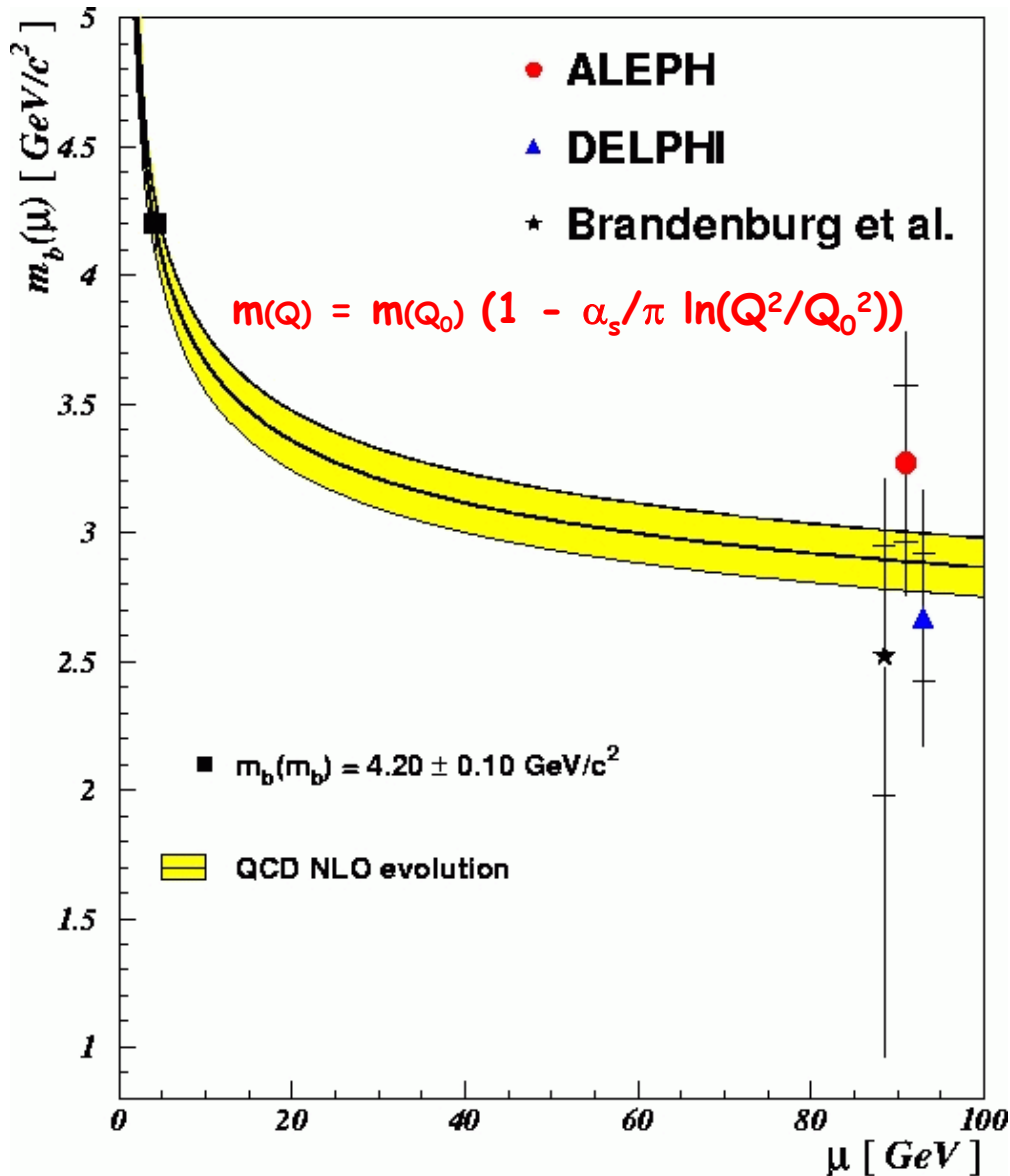
z.B. $Q \approx 2 \text{ GeV}$: $m_u \approx 2 \text{ MeV}$, $m_d \approx 5 \text{ MeV}$, $\alpha_s \approx 0.3$

Die strange Quark-Masse

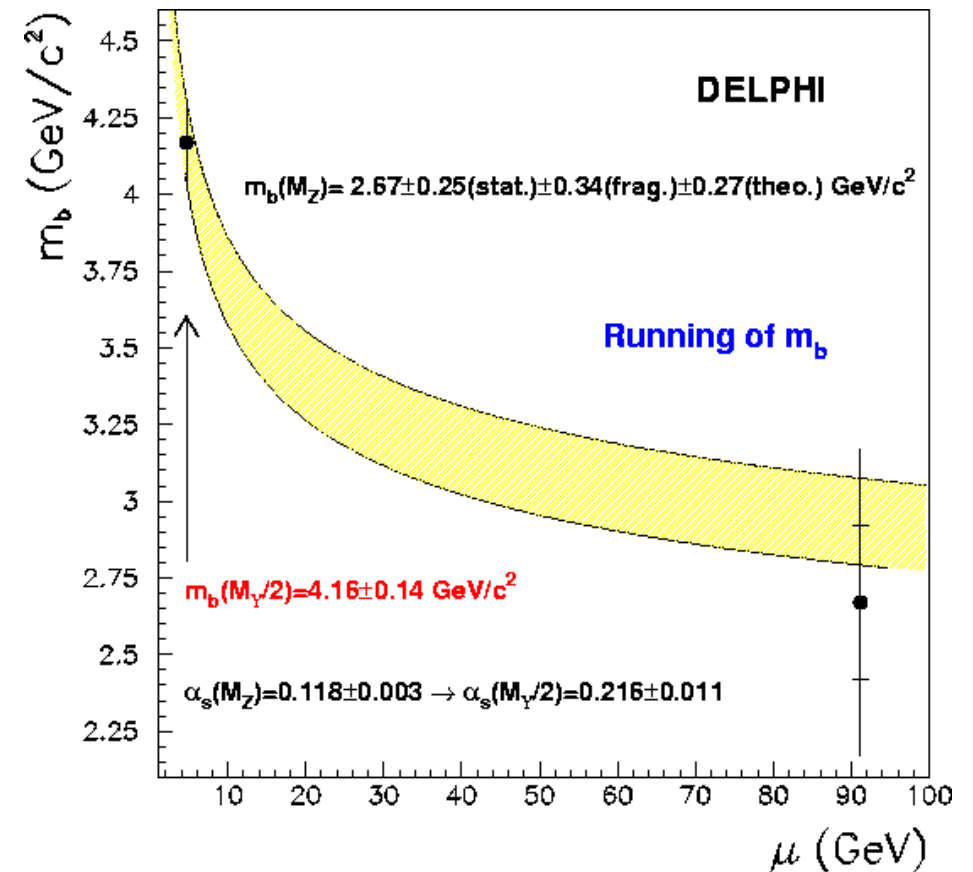
aus der
Gittereichtheorie:
Dynamische
(See)quarks
(full QCD)
sehr wichtig!



Die laufende b-quark-Masse



LEP: Z \rightarrow bb + gluons,
Messung des Phasenraums/
Winkelverteilungen



Die top-Quark-Masse

- top-Quark ist schwerstes bekanntes "elementares" Teilchen

$$m_t \sim 170 \text{ GeV}$$

- Lebensdauer $\ll \Lambda_{\text{QCD}}$

\Rightarrow t zerfällt, bevor es fragmentiert

$$t \rightarrow W + b$$

\Rightarrow einziges Quark, dessen Masse direkt messbar ist

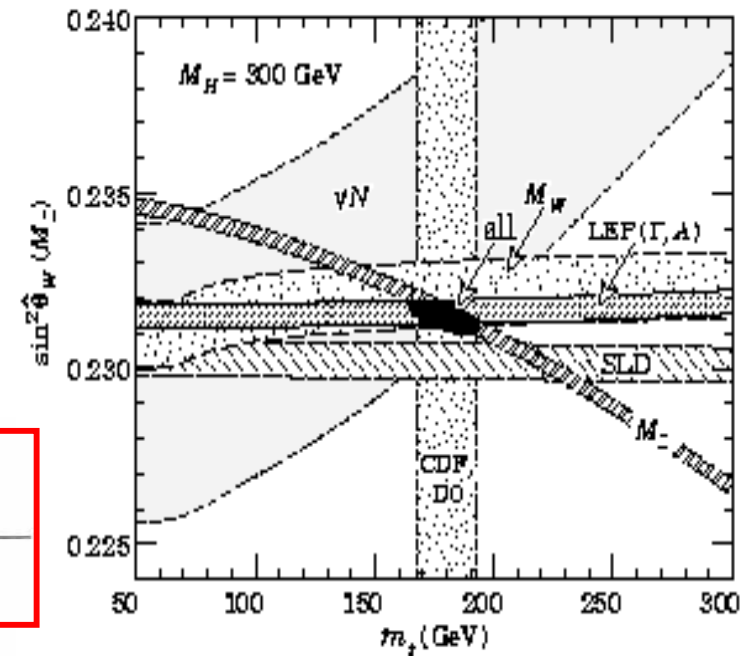
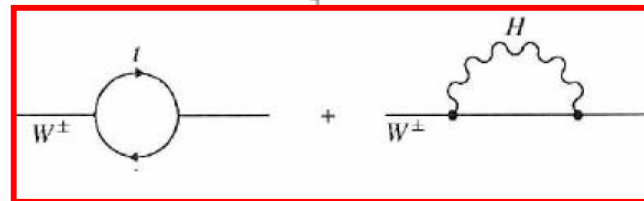
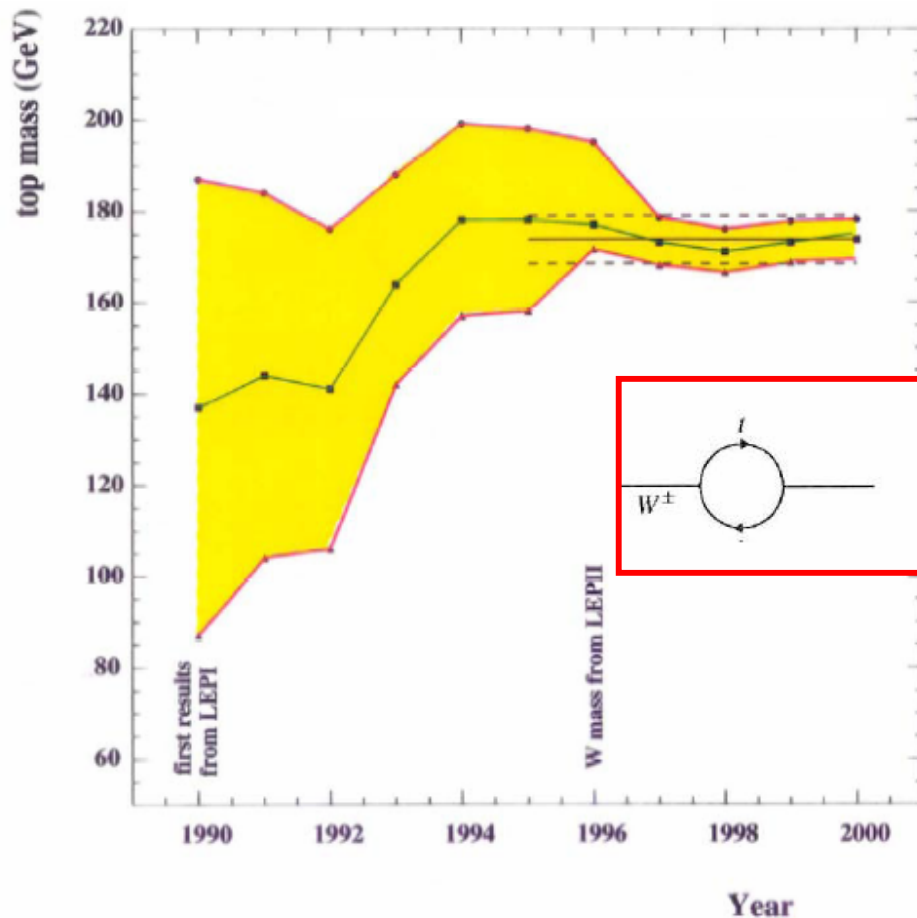
"physikalische" Masse:

$$m_t(\text{pole}) = m_t(m_t) \left(1 + \frac{4}{3} \alpha_s / \pi \right) \quad \begin{array}{l} \text{semi-klassischer Beitrag aus Gluonfeld} \\ \text{(wie bei QED)} \end{array}$$

"nackte"
renormierte Masse

Die Jagd nach dem top-Quark

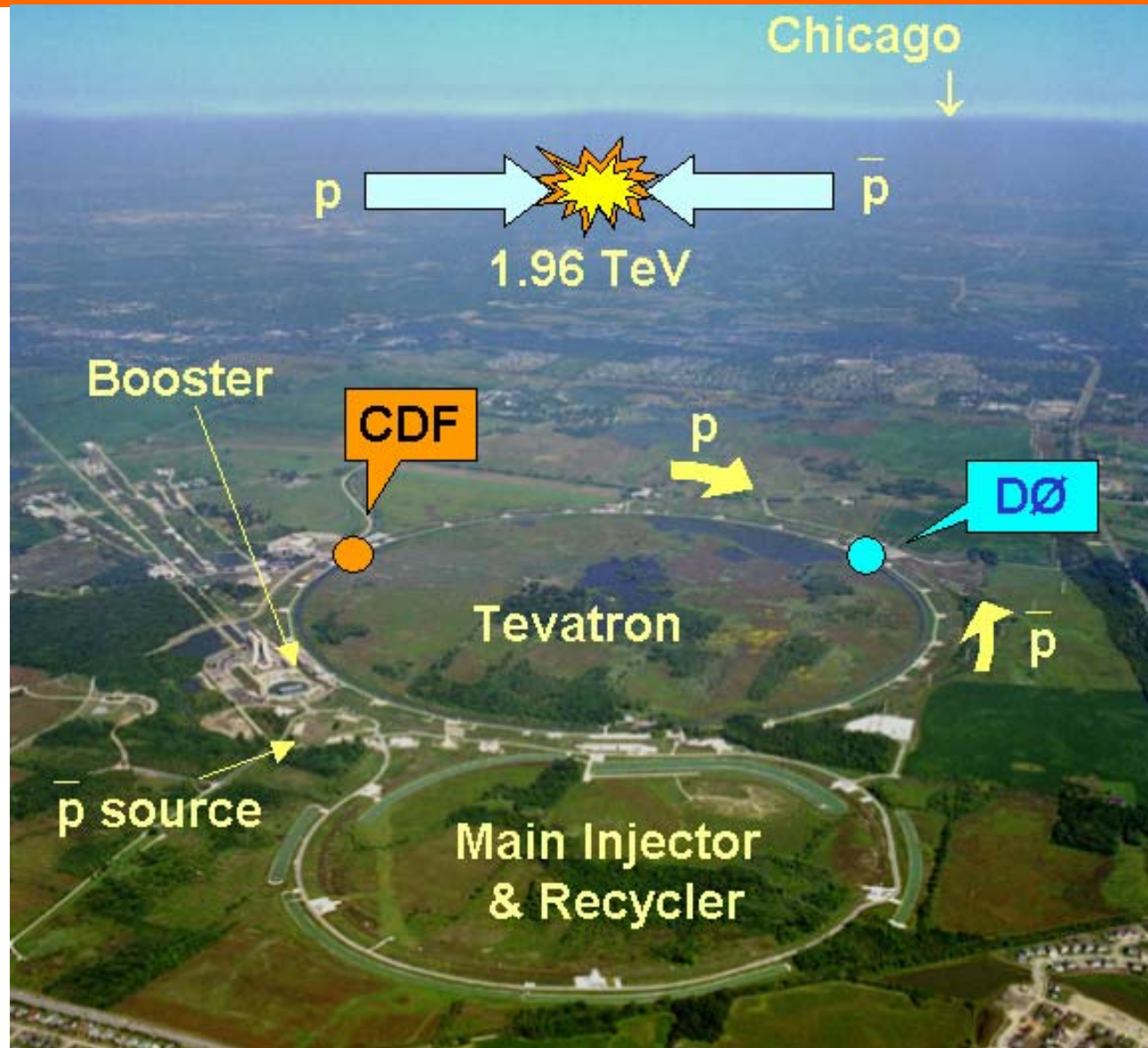
Elektroschwache Präzisionsmessungen am LEP/CERN
sensitiv auf top-Quark-Masse und Higgs-Masse (Strahlungskorrekturen)



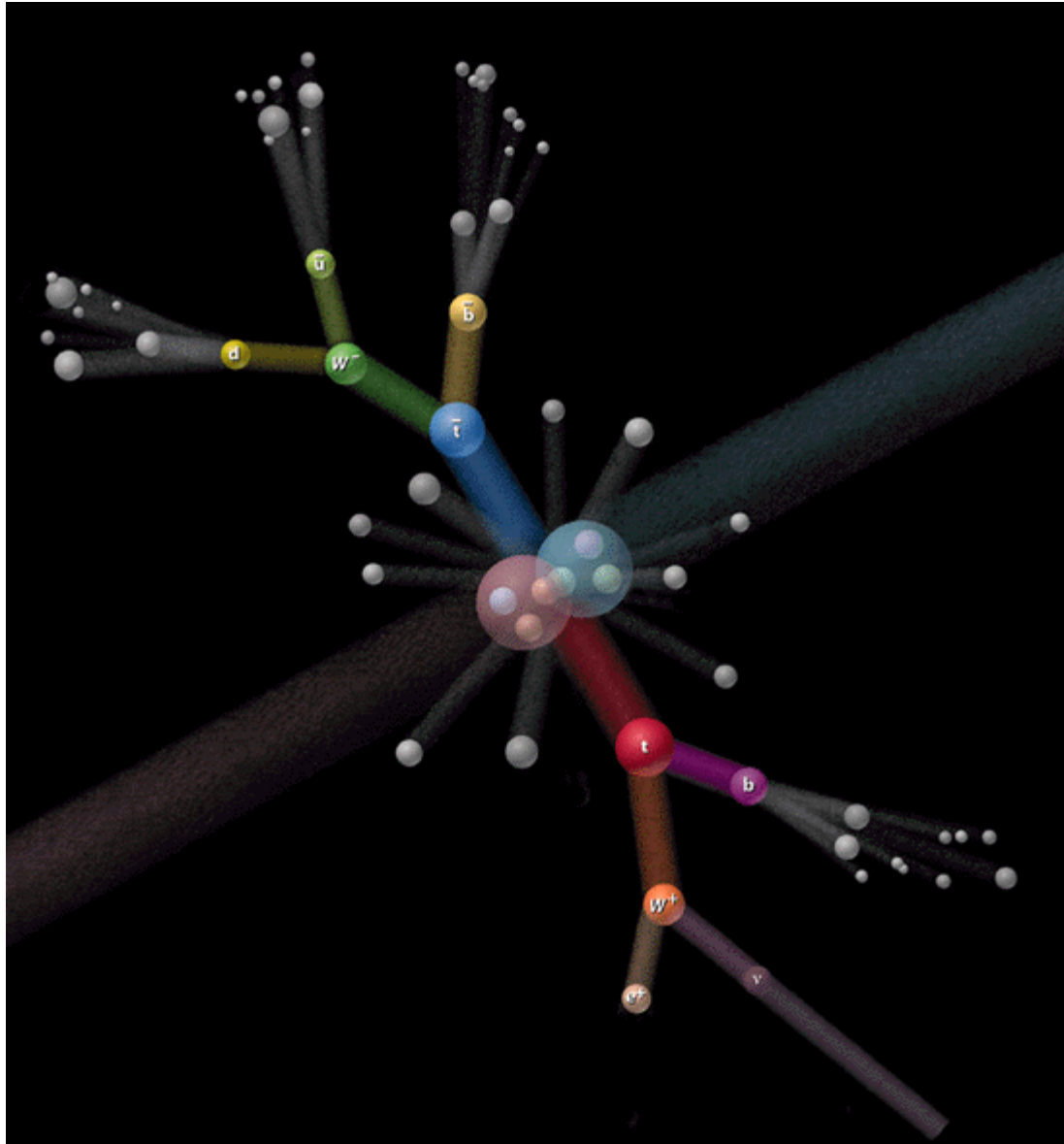
$$\propto \left(\frac{M_t}{M_W}\right)^2, \ln\left(\frac{M_h}{M_W}\right)$$

$\rightarrow M_t \sim 170 \text{ GeV}$

Das Tevatron (Fermilab)



Top-Quark-Entdeckung (Fermilab 1995)



top Quark bei erwarteter
Masse gefunden!

Tevatron am Fermilab
(CDF + D0)

aktuellster Massenwert:
(ICHEP06)

$$M_{\text{top}} = 171.4 \pm 2,1 \text{ GeV}/c^2$$

es funktioniert!



Folien "ausgeliehen" von D. Glenzinski/Fermilab, ICHEP 2006, Moskau

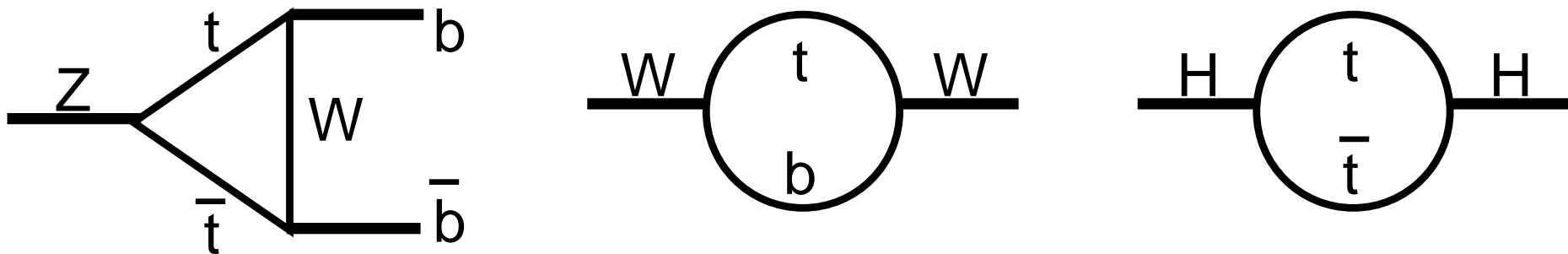
Top-Quark Mass

D0 Results using $0.4\text{-}1 \text{ fb}^{-1}$

CDF Results using 1 fb^{-1}

Top Mass: Motivation

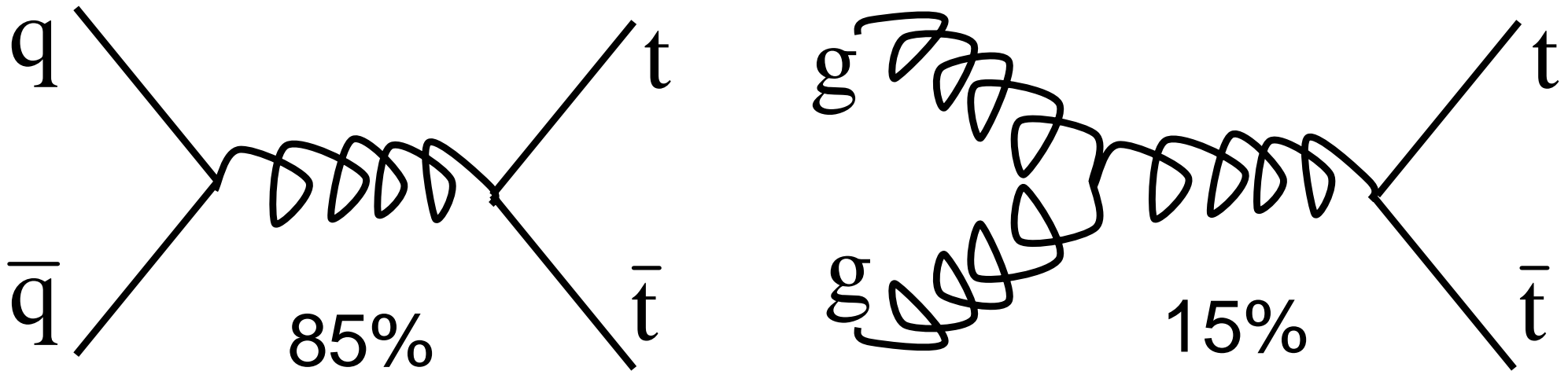
- M_t is a fundamental parameter of the Standard Model
- Since M_t is large, quantum loops involving top quarks are important to include when calculating precision observables (e.g. $\sin^2\theta_w$, R_b , M_W , ...)



- Within SM, particularly important to help constrain M_H

Top Mass: Basics

- Top quarks predominantly produced in pairs via the strong interaction



- Production cross-section: $\sigma \sim 7$ pb at Tevatron

Top Mass: Basics

- Because $M_t > M_W + M_b$, and $V_{tb} \gg V_{ts}, V_{td}$

$$\tau(\text{top}) \sim \frac{1}{10} \tau(\text{hadronization})$$

$$BR(t \rightarrow W^+ b) \sim 100\%$$

- Final state determined by W decays

$$t\bar{t} \rightarrow W^+ b W^- \bar{b} \rightarrow q\bar{q}' q\bar{q}' b\bar{b}$$

“All Jets”

Top Mass: Basics

- We measure M_t in each of these final states
 - Dilepton (DIL)
 - Lepton+Jets (LJT)
 - All Jets (AJT)
- Compare across channels for consistency
- Combine all channels for improved precision

Top Mass: Ingredients

- To measure M_t we need to:
 - 1) Collect top quark sample
 - 2) Reconstruct observable sensitive to M_t
 - 3) Unfold experimental effects

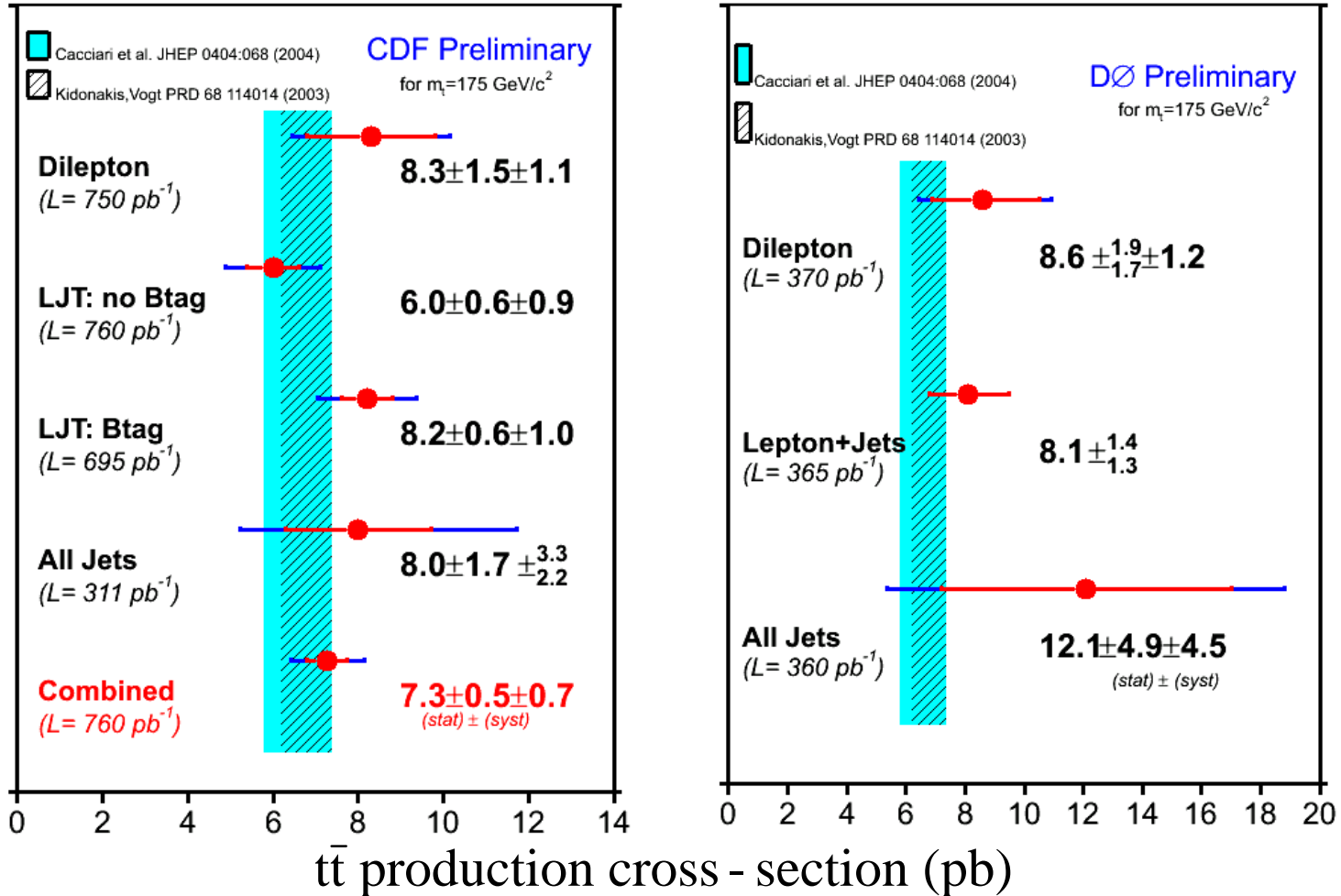
$$M_{reco} = \sqrt{(E_W, \vec{p}_W)^2 + (E_b, \vec{p}_b)^2}$$

$$M_{reco} \rightarrow M_t$$

Top Mass: 1) Collect Sample

- Dilepton: $tt \rightarrow l\nu l\nu bb$
2 high energy leptons, missing energy (ν), 2 jets
In 1 fb^{-1} : #signal ~ 50 , Purity $\sim 65\%$
- Lepton + Jets: $tt \rightarrow l\nu qqbb$
1 high energy lepton, missing energy (ν), 4 jets ($\geq 1 \text{ Bjet}$)
In 1 fb^{-1} : #signal ~ 230 , Purity $\sim 90\%$
- All Jets: $tt \rightarrow qqqqbb$
6 jets ($\geq 1 \text{ Bjet}$)
In 1 fb^{-1} : #signal ~ 200 , Purity $\sim 30\%$

Top Mass: 1) Collect Sample



- cross-sections and kinematics agree with Standard Model

Top Mass: 2) Event Reconstruction

$$t\bar{t} \rightarrow W^+ b W^- \bar{b} \rightarrow \ell \nu q \bar{q}' b \bar{b}$$

Have

Jet 1

Jet 2

Jet 3

Jet 4

Lepton

~~E_t~~

Have Jet Energies
Need Parton Energies



“Jet Energy Scale”(JES)

DIL : 2 combinations

LJT: 12 combinations

AJT: 90 combinations

Need

q

\bar{q}'

b

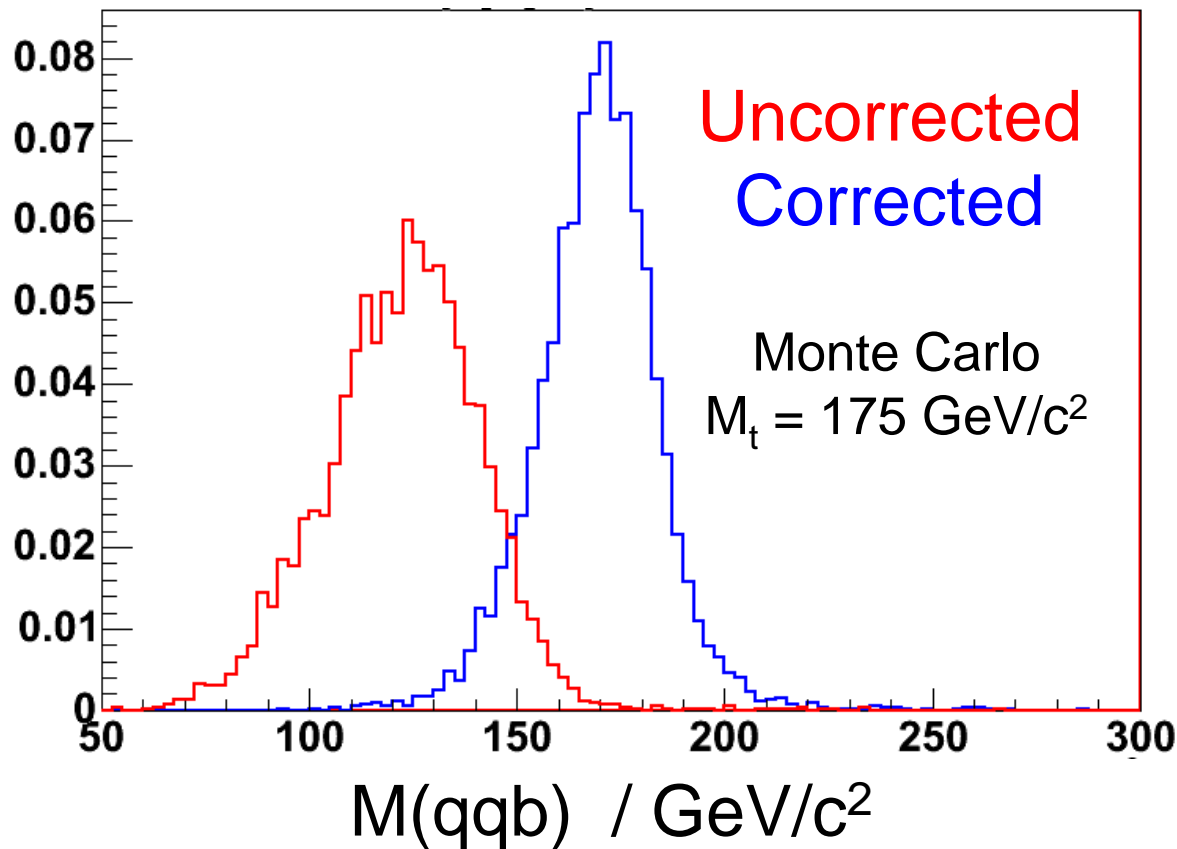
\bar{b}

Lepton

ν

Top Mass: 2) Reconstruction

Jet Energy Scale (JES) == Absolute Mass Scale

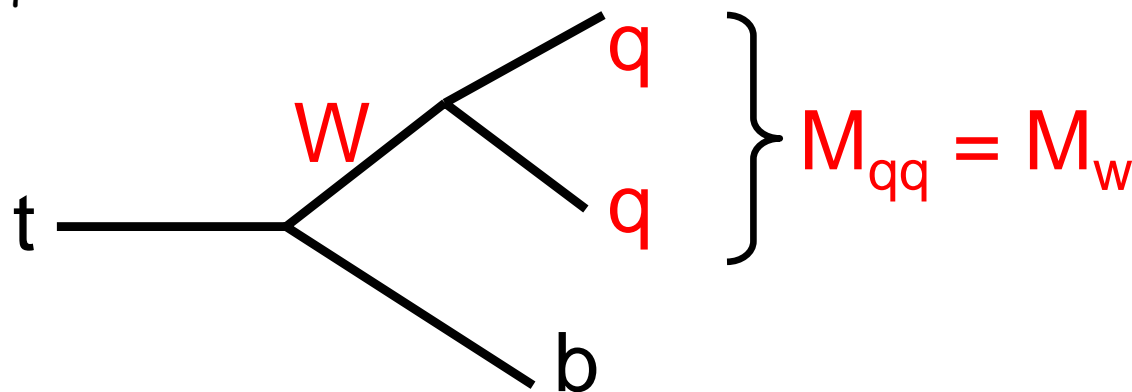


- hadronization, non-linearities, pile-up, multiple-interactions, underlying event
- From Data and MC
- known to $\sim 3\%$ for M_t jet energies
- Leading Run I syst
- Reduced in Run II

Top Mass: 2) Reconstruction

■ Run II analyses further constrain JES

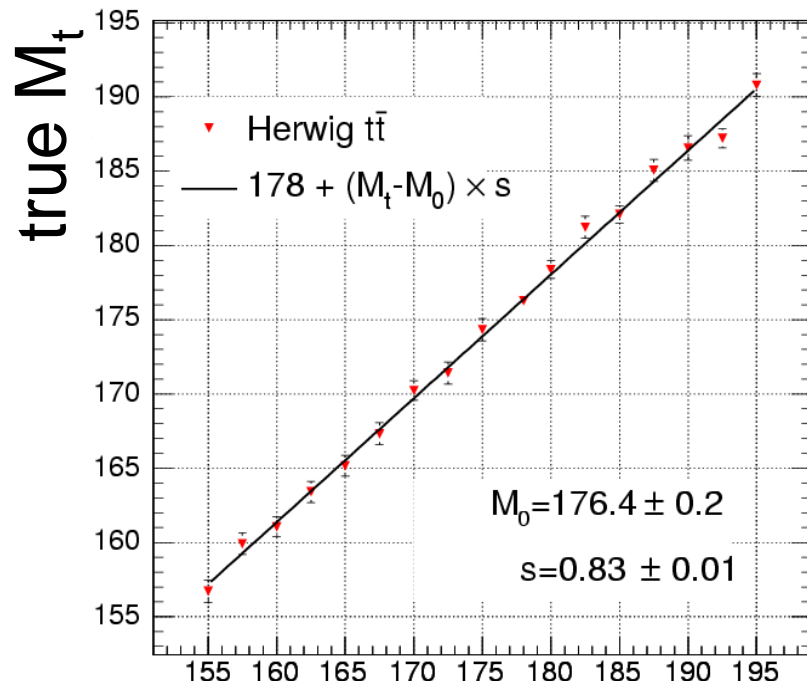
- In-situ constraint possible by comparing observed M_{qq} to known M_w (in LJT and AJT channels)



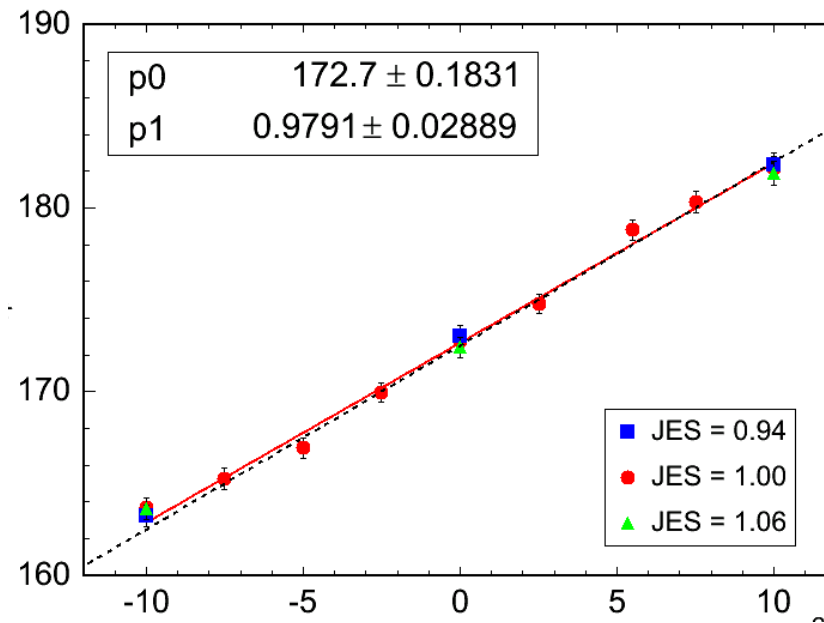
- with 1 fb^{-1} , reduces $\delta(\text{JES})$ systematic by factor of 2
- $\delta(\text{JES})$ will scale with sample statistics

Top Mass: 3) Unfold Exp Effects

- Use detailed Monte Carlo to unfold experimental effects and determine M_t from M_{reco}



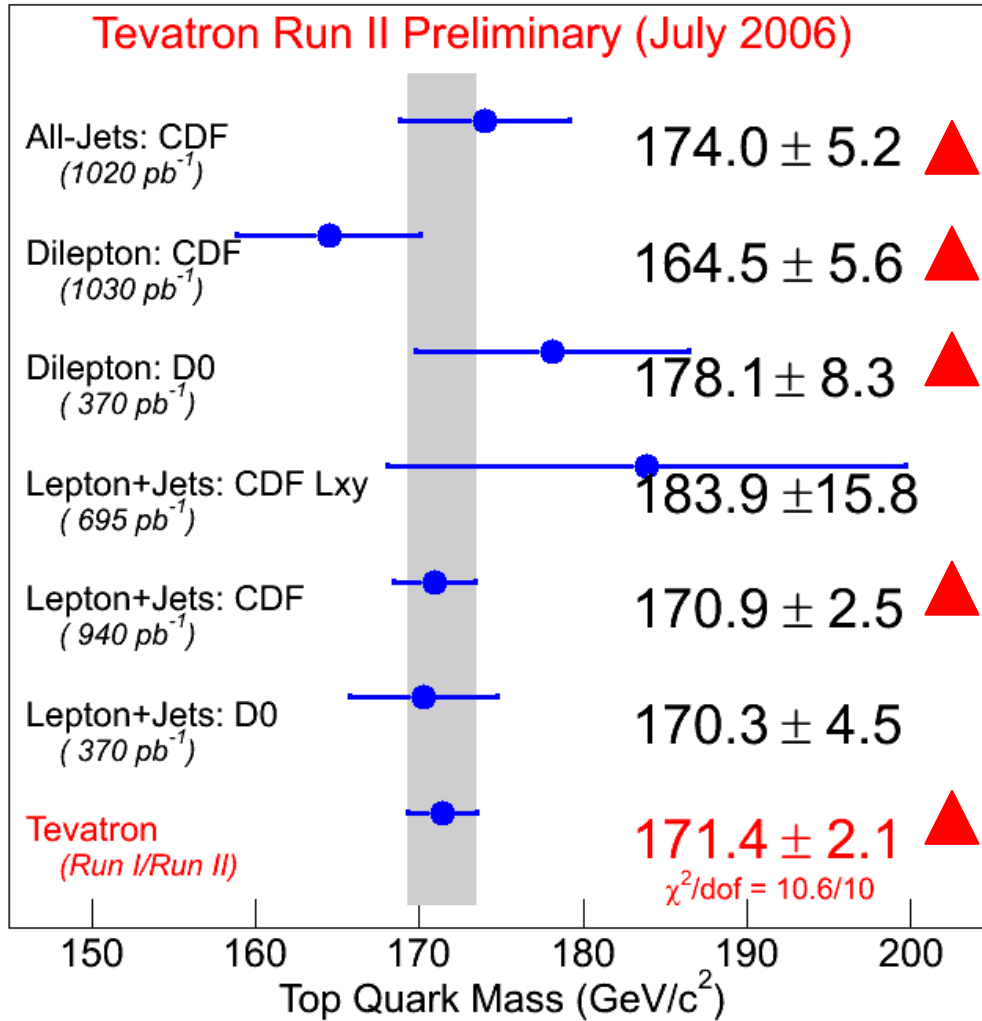
Dilepton Channel



Lepton+Jets Channel

Top Mass: Results

(cf. <http://tevewwg.fnal.gov>)



- Excellent results in each channel
- Combine all CDF+D0, Run-I+Run-II
- Account for all correlations
- Uncertainty:

$$\delta M_t(\text{stat}) = \pm 1.2$$

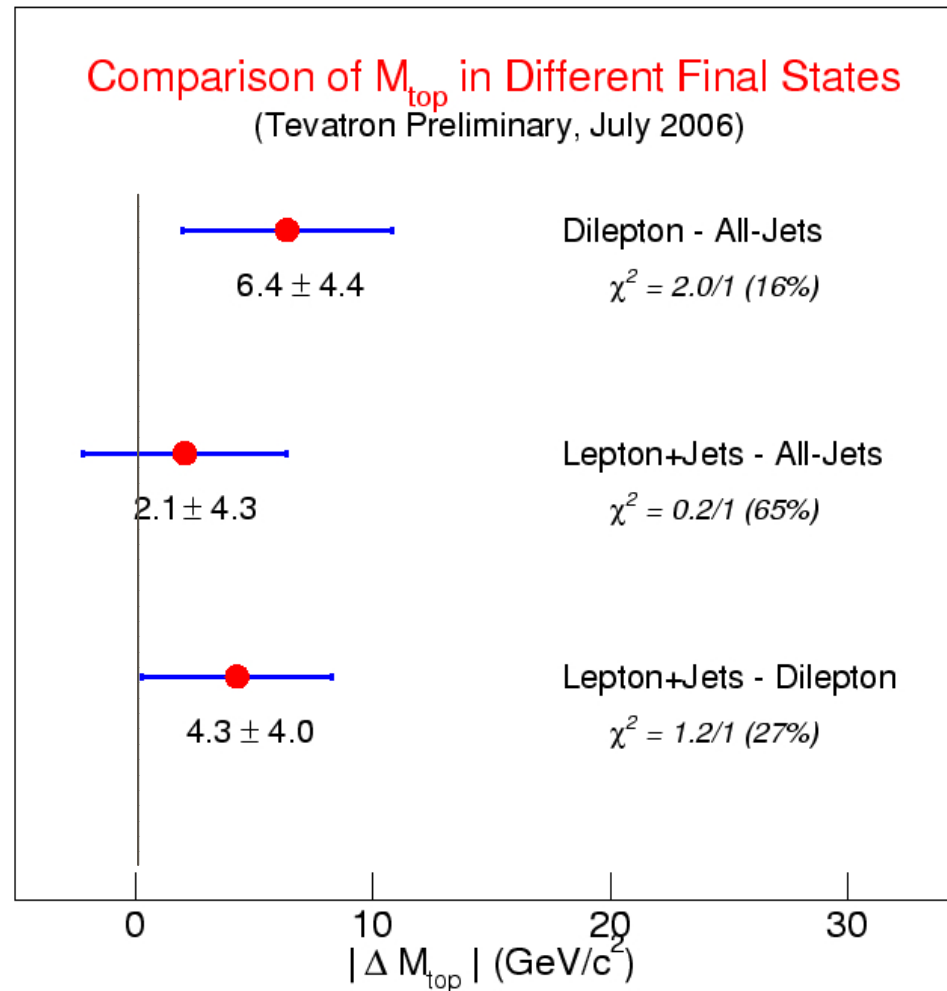
$$\delta M_t(\text{JES}) = \pm 1.4 \text{ GeV}/c^2$$

$$\delta M_t(\text{syst}) = \pm 1.0$$

▲ New!

M_t determined to 1.2%!

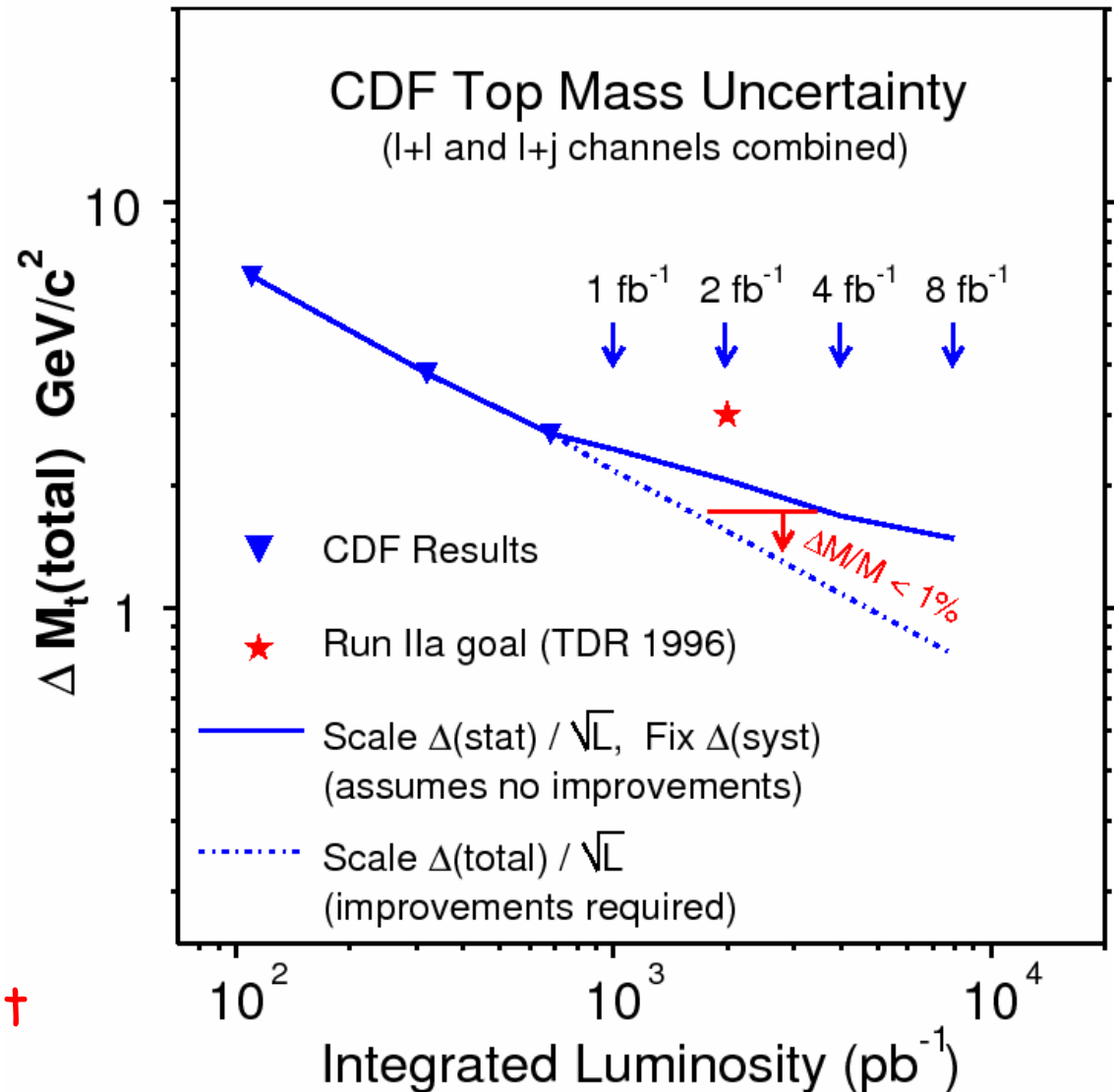
Top Mass: Results



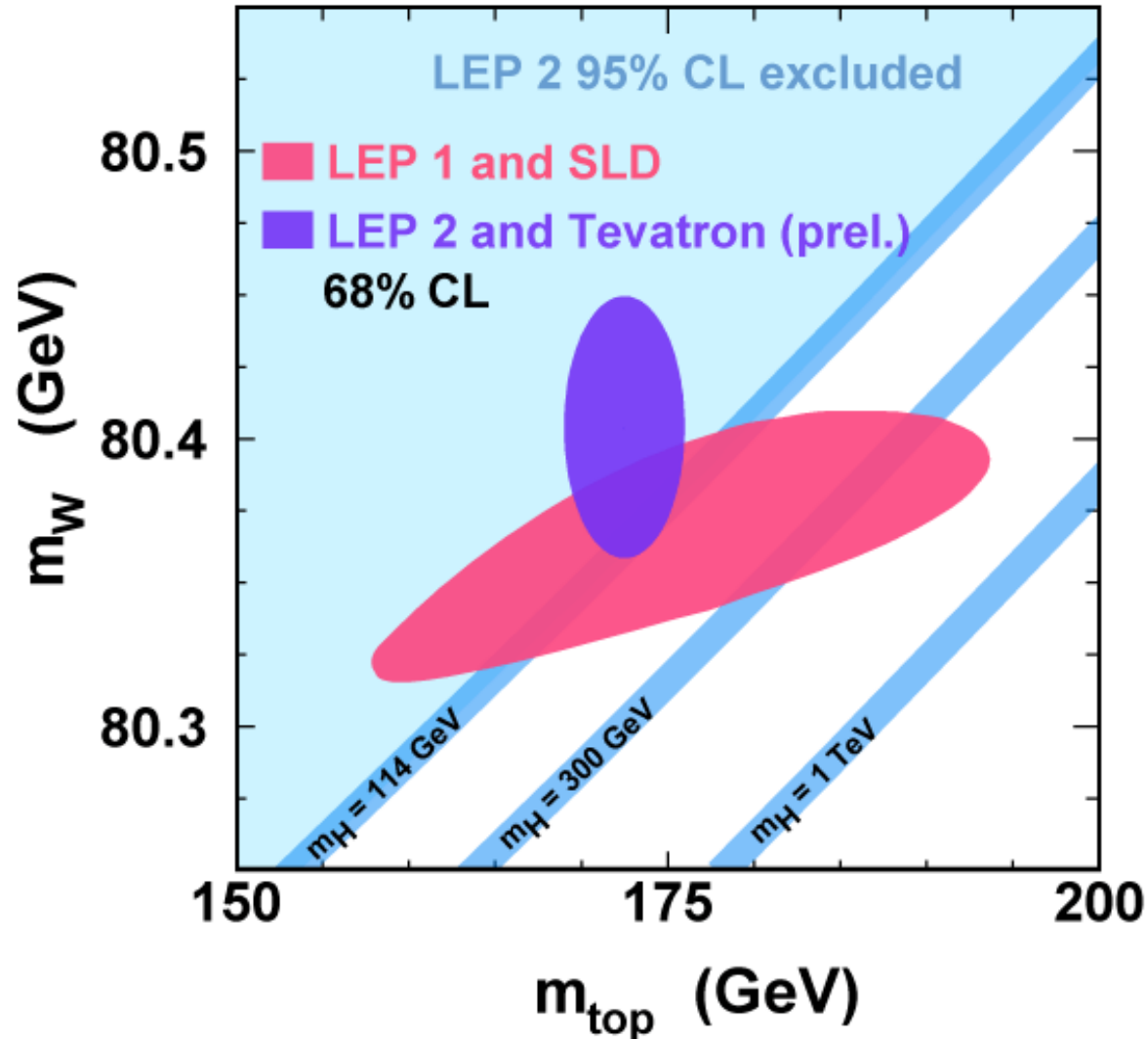
■ The channels are consistent at $\geq 15\%$ level

Top Mass: Future

- Extrapolations based on present methods
 - Solid: pessimistic
 - Dash: optimistic
 - Reality: in between
- Have surpassed Run-II goal
- TeV will measure M_t with $<1\%$ precision

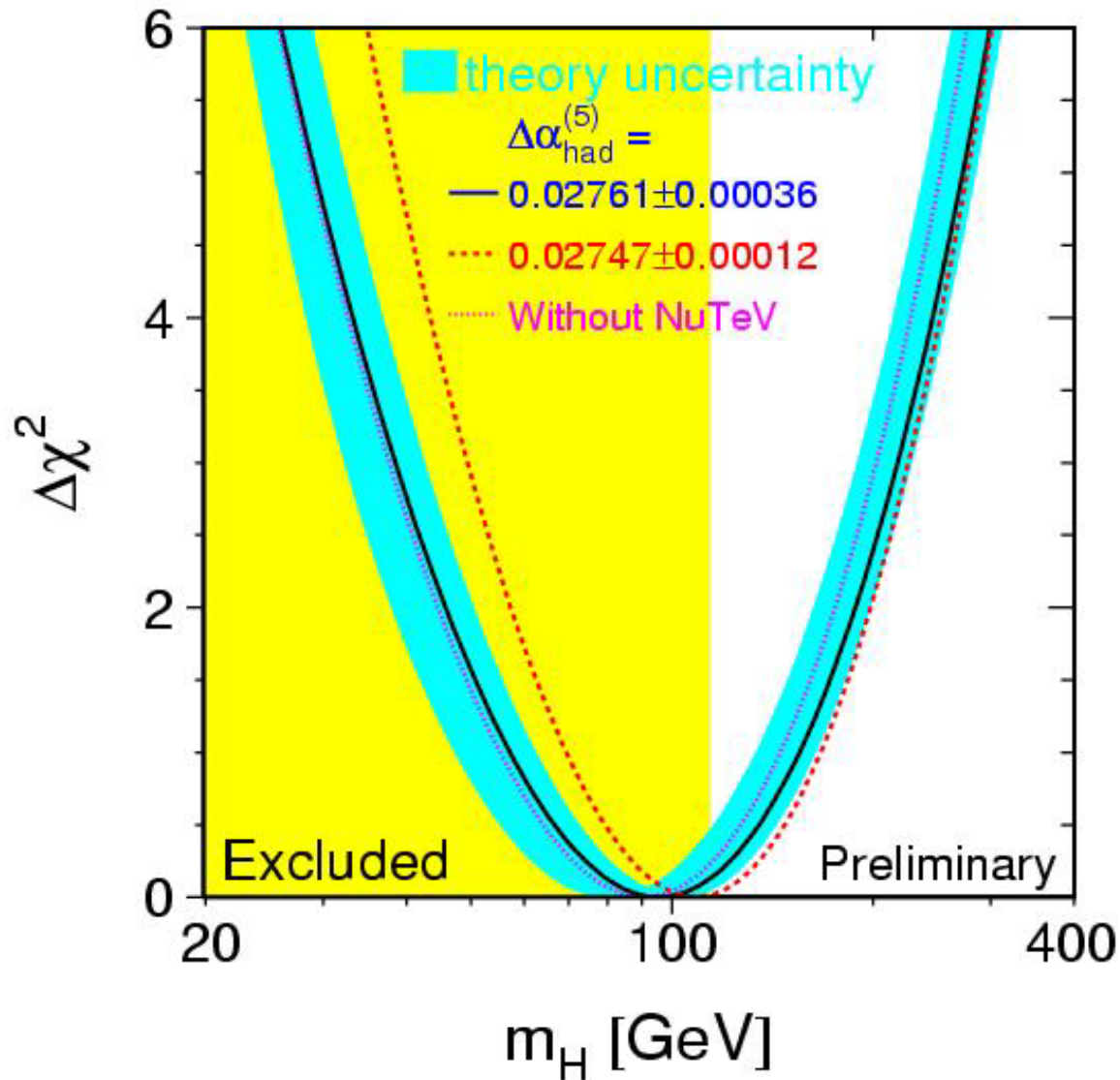


Top Mass Constraints



- Indicates Higgs is light, where our sensitivity best!

Precision @ LEP and Higgs



insert measured top mass into
precision measurements at LEP
-> now sensitive to Higgs mass
(last undetected particle of
Standard Model!)

$m_H < 219$ GeV at 95% CL

current direct lower limit:

$m_H > 114$ GeV at 95% CL

Quarkmassen: Was wissen wir?

- Quarkmassen-Spanne = 5 Größenordnungen,
~ 2 MeV (u) bis ~ 170 GeV (t)
- wie bei Leptonen: keine Ahnung, wieso!
renormierte Masse muss experimentell bestimmt
werden
Sonderrolle des top-Quarks?
- aber: Strahlungskorrekturen (Beiträge zu und von
umgebenden Feldern) berechenbar!
selbstkonsistentes Bild!
- wichtig: Higgs-Mechanismus (spätere Vorlesungen),
aber keine wirkliche Erklärung