

Übung 9 zur Vorlesung Physik 2

P. Schleper, Sommer 2015

Aufgabe 56: Wellen für B-Feld

7

Leiten Sie aus den Maxwellgleichungen im Vakuum die Wellengleichung für das Magnetfeld \vec{B} ab.

Aufgabe 57: Elektromagnetische Welle

6

1) Wohin laufen die folgenden Wellen?

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - ky)}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t + ky)}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(-\omega t - ky)}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(ky - \omega t)}$$

2) Die gleichzeitig vorhandenen elektrischen und magnetischen Felder seien gegeben durch:

$$\vec{E} = E_0 \cdot (\sin(\omega t - kz), 2\cos(\omega t - kz), 0),$$

$$\vec{B} = B_0 \cdot (-2\cos(\omega t - kz), \sin(\omega t - kz), 0).$$

a) Genügen diese Felder der Wellengleichung ?

b) Skizzieren Sie die Feldkomponenten E_x , E_y und E_z für Zeiten zwischen $t = 0$ und $t = 2\pi/\omega$. Wie ist die Welle polarisiert ?

Aufgabe 58: Strahlungsdruck

7

Ein kleines Staubkörnchen (Kugel mit Radius r , Dichte ρ) befindet sich ruhend im Weltraum in dem Abstand $R = 1,5 \cdot 10^{11} m$ von der Sonne. (Dies ist auch der Abstand Erde-Sonne). Die mittlere Intensität der Sonnenstrahlung am Ort des Staubkorns ist $S = 1,4 kW/m^2$ (Solarkonstante). Die Strahlung wird von dem Staubkorn vollständig absorbiert.

a) Ab welchem Grenzwert von $r \cdot \rho$ wird die Kugel durch den Druck der Sonnenstrahlung von der Sonne fortbewegt?

(Masse der Sonne $M = 2 \cdot 10^{30} kg$).

b) Wie groß muss der Radius des Staubkorns sein, damit sich bei einer Dichte von $\rho = 10^3 kg/m^3$ die Wirkungen von Strahlungsdruck und Gravitation gerade aufheben?

c) Wie hängt dieser Radius des Staubkorns vom Abstand Sonne zu Staubkorn ab?

Aufgabe 59: Feldimpuls (2+2+2 Punkte)

Ein geladener Plattenkondensator ($\vec{E} = E\hat{e}_x$) (Plattenabstand d , Fläche A) befindet sich in einem homogenen Magnetfeld $\vec{B} = B\hat{e}_y$. Bestimmen Sie den elektromagnetischen Impuls \vec{P}_{feld} durch Integration über die Impulsdichte. Vernachlässigen Sie dabei Randeffekte, d.h., das elektrische Feld ist auf das Volumen des Kondensators beschränkt.

Bei Änderung des Feldimpulses muss wegen der Impulserhaltung eine Kraft $\vec{F} = d\vec{P}_{\text{mech}}/dt = -d\vec{P}_{\text{feld}}/dt$ auf die Anordnung wirken. Überprüfen Sie dies für die zwei folgenden Anordnungen:

- i. Die Platten werden durch einen resistiven Draht in x -Richtung verbunden, durch den sich der Kondensator langsam entlädt. Berechnen Sie die Kraft auf den Draht aus der Lorentzkraft sowie aus der zeitlichen Änderung des Feldimpulses.
- ii. Das Magnetfeld werde langsam geändert, wodurch ein elektrisches Feld \vec{E}_{ind} in den Platten induziert wird. Berechnen Sie die Kraft aus der resultierenden Coulomb-Kraft auf die Platten, sowie aus der zeitlichen Änderung des Feldimpulses.

Aufgabe 60: Strahlungsdruck (1+2+1 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie für ebene Wellen die fundamentale Beziehung

$$\bar{\pi}^{\text{feld}} = \hat{k} \frac{\bar{w}^{\text{feld}}}{c} \quad (1)$$

kennengelernt, wobei $\bar{\pi}^{\text{feld}}$ und \bar{w}^{feld} die zeitgemittelte Impuls- und Energiedichte des Feldes bezeichnen, und c die Wellengeschwindigkeit ist. Diese Beziehung gilt tatsächlich allgemeiner, z.B. für Schallwellen mit linearer Dispersion $\omega = ck$. Für Schallwellen hat die Impulsdichte eine intuitive Bedeutung: sie entspricht der mechanischen Impulsdichte $\rho(\vec{r}, t)\vec{v}(\vec{r}, t)$ des schwingenden Mediums.

- a. Betrachten sie eine eindimensionale Schallwelle, bei der die Massendichte durch die ebene Welle $\rho(x, t) = \rho_0 + A \cos(kx - \omega t)$ mit $\omega = c|k|$ gegeben ist (c ist die Schallgeschwindigkeit, A die Amplitude der Dichteschwankung). Wegen der Massenerhaltung hat auch die Geschwindigkeit die Form einer ebenen Welle, $v_x(x, t) = v_0 \cos(kx - \omega t)$. Bestimmen Sie v_0 aus der Kontinuitätsgleichung. (Ergebnis $v_0 = cA/\rho_0$).
- b. Überprüfen Sie den Zusammenhang (1) durch Berechnung der zeitgemittelten Impulsdichte $\bar{\pi}_x^{\text{feld}}$ und Energiedichte \bar{w}^{feld} der Welle. Sie können zur Vereinfachung der Rechnung verwenden, dass wie bei harmonischen Schwingungen üblich im Zeitmittel potentielle Energie und kinetische Energie gleich sind. Die kinetische Energie lässt sich direkt aus ρ und v ausrechnen. (Bemerkung: Der mittlere Impuls entspricht einer Translationsbewegung des schwingenden Mediums mit der Geschwindigkeit $\bar{\pi}_x^{\text{feld}}/\rho_0$.)

- c. Mit welcher Leistung müssen Sie gegen eine Wand anschreien, um auf diese durch den “Schallstrahlungsdruck” eine mittlere Kraft von $1N$ auszuüben?

Hinweis: Da die lineare Wellengleichung nur gilt, solange A klein gegenüber der mittleren Dichte ρ_0 ist, werden in allen Rechnungen nur die jeweils führenden Ordnungen in A betrachtet, d.h., $v_0 \propto A$, $\bar{w}^{\text{feld}} \propto A^2$.